

## ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ ЗАКОН СУММИРОВАНИЯ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ

Краснов Ю.В.<sup>1</sup>, Никандров И.С.<sup>1</sup>, Шурашов А.Д.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, г. Дзержинск, Россия (606026, г. Дзержинск, ул. Гайдара, 49), e-mail: surovegina-1962@mail.ru

Исследован процесс накопления повреждений при переменных режимах нагружения. Ранее различными исследователями было установлено, что история нагружения влияет на усталостную прочность детали. Между тем в настоящее время для оценки величины повреждения в основном используется линейный закон суммирования усталостных повреждений, который не всегда отражает особенности условий нагружения и конструктивные особенности деталей. Линейному закону суммирования усталостных повреждений соответствует нормальный закон распределения числа циклов до разрушения. Между тем развитие процессов, вызванных усталостью, лучше описывается логарифмически-нормальным распределением. Поэтому в статье для оценки накопления повреждений принята схема, которая отвечает логарифмически-нормальному закону распределения числа циклов до отказа. Получены зависимости для расчета эквивалентного числа циклов нагружения и оценки величины накопленных повреждений. Эти зависимости, наряду с условиями нагружения при текущем режиме, учитывают условия нагружения при ранее пройденных режимах. Рекомендовано использование полученных зависимостей для расчета усталостной прочности деталей машин, прошедших приработку.

Ключевые слова: усталостная прочность, переменные нагрузки, суммирование повреждений.

## THE LOGARITHMIC LAW OF FATIGUE DAMAGE SUM UNDER NON-STATIONARY REGIMES

Krasnov J.V.<sup>1</sup>, Nickandrov I.S.<sup>1</sup>, Shurashov A.D.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Nizhny Novgorod State Technical university n.a. R.E. Alekseev, Dzerzhinsk. Russia (606029, Dzerzhinsk, avenue of Gaidar, 49), e-mail: surovegina-1962@mail.ru

The process of damage accumulation under variable loading modes. Previously, various researchers have shown that the history of loading affects the fatigue strength of the part. Meanwhile, at the present time to evaluate the amount of damage is mainly used linear law of summation of fatigue damage, which is not always reflect the particular loading conditions and structural features of the parts. Linear summation of fatigue damage corresponds to the normal distribution of the number of cycles to failure. Meanwhile, development processes, due to fatigue, it is better described by log-normal distribution. In an article for the assessment of damage accumulation scheme that responds logarithmically normal law of distribution of the number of cycles to failure. The dependences for calculation of the equivalent number of loading cycles and estimation of cumulative damage. These dependencies along with the loading conditions under the current regime, take into account conditions of loading under previous regimes. The recommended use of the obtained dependences for calculation of the fatigue strength of machine parts, the last break.

Keywords: fatigue strength, variable loads, the sum of damage.

При работе в реальных условиях детали машин испытывают, как правило, переменные нагрузки различного типа, начиная от циклических нагружений с постоянной величиной и продолжительностью циклов нагружения и заканчивая нагружениями, в которых амплитуды и периоды нагружения принимают случайные значения. В настоящее время для оценки величины повреждения в основном используется правило линейного суммирования повреждений, где величина повреждения при  $i$ -ом режиме равна  $n_{i\text{ об}} / N_i$ , где  $n_{i\text{ об}}$  - общее число циклов нагружения за время действия нагрузки, при котором число циклов до разрушения равно  $N_i$  [9]. Это правило, однако, не для всех режимов нагружения

достаточно адекватно отражает процесс накопления повреждений, носящий вероятностный характер [1, 5, 6].

### **Цель исследования**

Определение правила накопления повреждений при переменных нагрузках для деталей, малонагруженных на первом этапе жизненного цикла. К таким деталям, в частности, можно отнести детали машин, прошедших приработку на режимах, когда возникающее напряжение далеко от напряжений, вызывающих усталостные повреждения.

### **Экспериментальная часть**

Проверка полученных теоретических зависимостей проводилась по экспериментальным данным [7].

### **Результаты и обсуждения**

Линейному правилу суммирования повреждений соответствует схема накапливающихся мгновенных повреждений, изображенная на рис.1, где  $N_{01}$  и  $N_{02}$  - число циклов до разрушения при различных нагрузках. Линии 0-1 и 0-2 отвечают средней скорости накопления повреждений,  $M$  – величина накопленного повреждения, при котором наступает отказ.

При безразмерной величине накопленных повреждений можно принять  $M = 1$ , а условие отказа

$$\sum \frac{n_{iоб}}{N_{0i}} = 1 \quad , \quad (1)$$

где  $n_{iоб}$  – общее число циклов нагружения при  $i$ -ом режиме,  $N_{0i}$  – число циклов до разрушения при  $i$ -ом режиме.

При этом предполагается, что вероятность каждого следующего повреждения не зависит от числа ранее полученных повреждений.

Схеме накапливающихся повреждений отвечает гамма-распределение числа циклов безотказной работы, которое при большом числе повреждений приводит при данной схеме накопления повреждений к нормальному закону распределения числа циклов до разрушения [2].

$$f(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot S_N} \cdot e^{-\frac{(N-N_0)^2}{2 \cdot S_N^2}} \quad , \quad (2)$$

где  $N_0$  – математическое ожидание числа циклов до отказа;  $S_N$  – среднее отклонение числа циклов до отказа.

Однако в случае, когда развитие процесса, приводящего к отказу, можно представить в виде произведения последовательных независимых случайных величин (например, рост трещины), применяют логарифмически-нормальное распределение [3, 8].

В отличие от схемы формирования механизма нормального закона последовательный характер случайных воздействий таков, что случайный прирост, вызываемый каждым следующим воздействием, пропорционален уже достигнутому к этому моменту значению исследуемой величины.

Поэтому усталостные испытания приводят чаще всего к логарифмически-нормальному закону распределения числа циклов до отказа:

$$f(N) = \frac{0,4343}{\sqrt{2\pi} \cdot S_{\lg N} \cdot N} \cdot e^{-\frac{(\lg N - \lg N_0)^2}{2 \cdot S_{\lg N}^2}} \quad (3)$$

Этому закону распределения соответствует схема накопления повреждений, изображенная на рис.2. Постоянство средней скорости накопления повреждений в логарифмических координатах означает, что средняя скорость накопления повреждений убывает с ростом числа циклов. Уменьшение скорости накопления повреждений может рассматриваться как отражение процесса упрочнения, протекающего наряду с разупрочнением, и создающего препятствия возникновению новых усталостных повреждений.

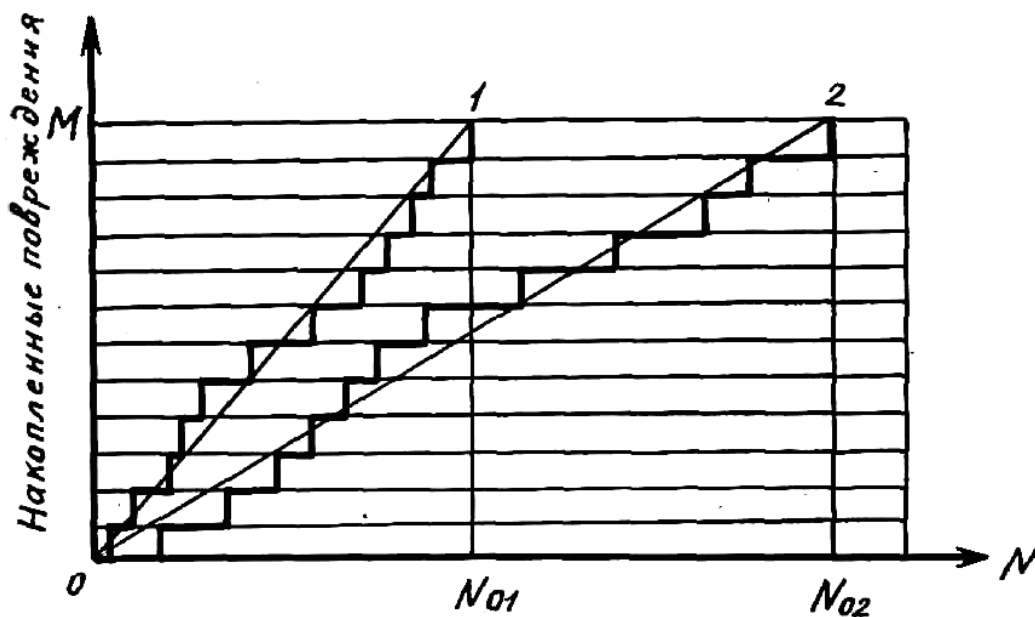


Рис. 1. Схема накопления повреждений (линейное правило суммирования)

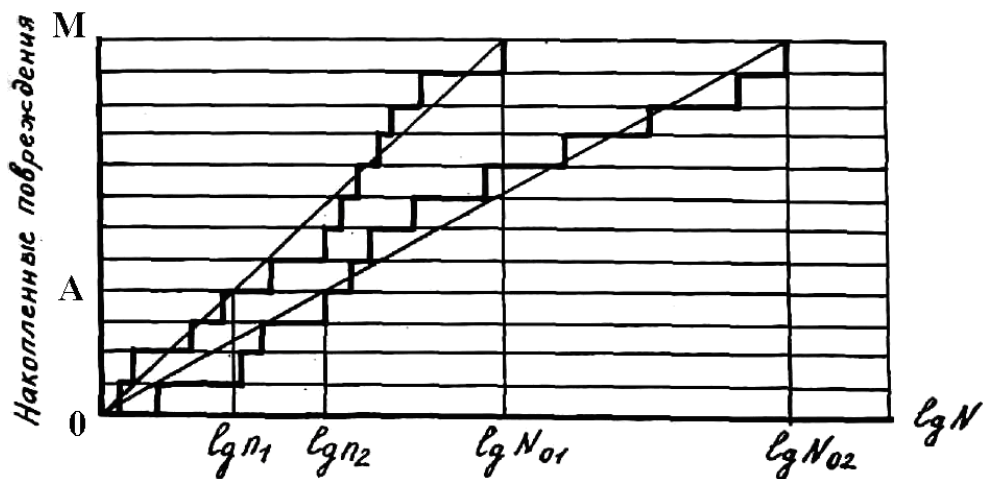


Рис.2. Схема накопления повреждений (логарифмическое правило суммирования)

При линейном законе суммирования повреждений  $\sum n_i / N_{0i}$  приращение повреждений при  $i$ -ом режиме составит:

$$\alpha_i = \frac{n_{iоб}}{N_{0i}} - \frac{n_{iЭКВ}}{N_{0i}} = \frac{n_i}{N_{0i}}, \quad (4)$$

где  $n_{iоб}$  – общее эквивалентное число циклов с учетом  $i$ -го режима;

$n_{iЭКВ}$  – общее эквивалентное число циклов, соответствующее  $i$ -му режиму, наработанное до  $i$ -го режима;

$n_i$  – число циклов нагружения при  $i$ -ом режиме нагружения;

$N_{0i}$  – число циклов до разрушения при  $i$ -ом режиме.

При логарифмическом законе приращение повреждения составит

$$\alpha_i = \frac{\lg n_{iоб}}{\lg N_{0i}} - \frac{\lg n_{iЭКВ}}{\lg N_{0i}}, \quad (5)$$

Где  $n_{iоб} = n_{iЭКВ} + n_i$ .

Из зависимостей (4) и (5) видно, что при логарифмическом законе суммирования, в отличие от линейного, величина повреждения зависит не только от числа циклов работы при данном режиме  $n_i$ , но и от наработанного до этого режима числа циклов при других режимах  $n_{iЭКВ}$ .

Исходя из схемы накопления повреждений, представленной на рис.2, видно, что величина повреждения после первого режима  $\alpha_1$  может в безразмерных величинах может быть определена по формуле:

$$\alpha_1 = \frac{\lg n_1}{\lg N_{01}}, \quad (6)$$

где  $n_1$  – число циклов нагружения при первом режиме,  $N_{01}$  – число циклов до разрушения при 1-ом режиме.

Величину одинакового повреждения  $A$  при различных режимах (рис. 2) при величине накопленного повреждения, соответствующего отказу  $M = 1$ , можно оценить по формуле:

$$A = \frac{A}{M} = \frac{\lg n_1}{\lg N_{01}} = \frac{\lg n_2}{\lg N_{02}} = \frac{\lg n_i}{\lg N_{0i}}. \quad (7)$$

Исходя из (6) и (7), число циклов при 2-ом режиме нагружения эквивалентно по величине нанесенного повреждения 1-му режиму:

$$n_{2\text{экв}} = 10 \frac{\lg N_{02} \cdot \lg n_1}{\lg N_{01}} = N_{02}^{\alpha_1}, \quad (8)$$

где дополнительно  $N_{02}$  – число циклов до разрушения при 2-ом режиме.

Величина повреждений после второго нагружения  $\alpha_2$  исходя из (7) и (8)

$$\alpha_2 = \frac{\lg(n_2 + n_{2\text{экв}})}{\lg N_{02}} = \frac{\lg(n_2 + N_{02}^{\alpha_1})}{\lg N_{02}}, \quad (9)$$

где  $n_2 + n_{2\text{экв}}$  – приведенное число циклов 2-го режима нагружения, соответствующее 1-му и 2-му режимам нагружения.

При  $i$ -ом режиме нагружения величина повреждения

$$\alpha_i = \frac{\lg(n_i + N_{0i}^{\alpha_{i-1}})}{\lg N_{0i}}, \quad (10)$$

где  $\alpha_{i-1}$  – величина повреждения, накопленная при  $(i-1)$ -ом режиме.

Для определения эквивалентного числа циклов нагружения при  $i$ -ом режиме  $n_{i\text{экв}}$  воспользуемся зависимостями (7) и (8):

$$\lg n_{i\text{экв}} = \frac{\lg(n_i + N_{0i}^{\alpha_{i-1}}) \cdot \lg N_{\text{экв}}}{\lg N_i}. \quad (11)$$

Для определения числа циклов до отказа при различных режимах нагружения можно использовать кривую усталости материала (рис. 3), устанавливающую взаимосвязь между максимальными напряжениями  $i$ -го режима нагружения  $\sigma_i$  и числом циклов до отказа  $N_{0i}$  при данных напряжениях.

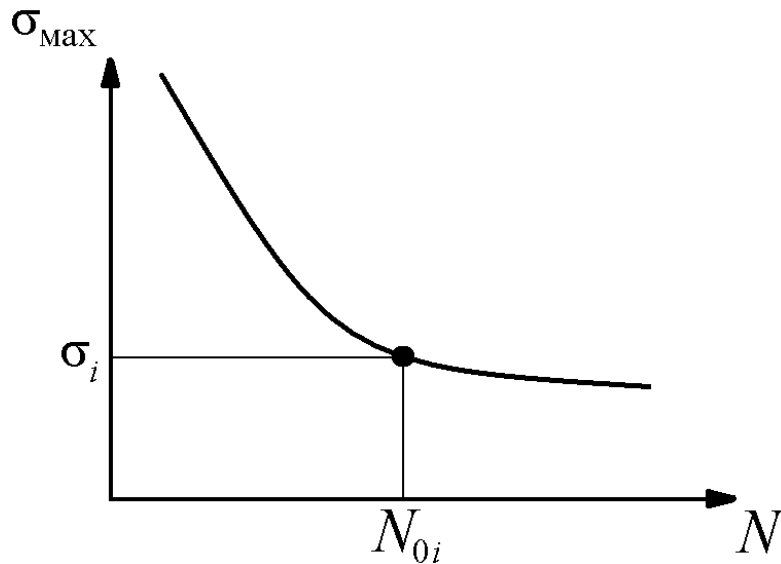


Рис. 3. Кривая усталости материала

Для аналитического описания кривой усталости используется степенное уравнение:

$$\sigma_i^m \cdot N_{0i} = \text{const}, \quad (12)$$

где  $m$  – коэффициент, зависящий от материала, условий нагружения и геометрических параметров деталей.

Исходя из (12) число циклов до отказа при  $i$ -ом режиме  $N_{0i}$  может быть определено по зависимости

$$N_{0i} = \left( \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_i} \right)^m \cdot N_0, \quad (13)$$

где  $\sigma_{-1}$  – предел ограниченной выносливости,  $N_0 = 10^7$  – базовое число циклов для определения предела выносливости для сталей.

Число  $N_0 = 10^7$  циклов принимают за базовое, так как считается, что если стальной образец выдержал  $10^7$  циклов, то он выдержит практически неограниченное число циклов [4].

При величине накопленного повреждения, определенного по формуле (10) равной 1 должен наступить отказ.

Проверку зависимости (10) при отказах, вызванных контактной усталостью зубчатых передач, проводили по данным В.П. Мурашко [7].

В таблице указаны рассчитанные по линейному и логарифмическому закону суммарные повреждения, соответствующие отказу. Близость накопленного повреждения, соответствующего отказу к 1, рассчитанного по логарифмическому закону, показывает, что этот закон несколько лучше, чем линейный, описывает процесс накопления повреждений. Нужно отметить, что логарифмически нормальный закон распределения числа циклов до отказа, а значит, и логарифмический закон суммирования повреждений лучше работает при сравнительно малом числе циклов до отказа.

*Таблица*

Проверка логарифмического закона суммирования усталостных повреждений

№ испытания	1	1	2	3	4	4	5
$\alpha = \sum n_i / N_{oi}$	1,1	0,889	0,519	0,904	0,905	0,797	0,642
$\alpha' = \frac{\lg(n_i + N_{oi}^{\alpha_i-1})}{\lg N_{oi}}$	1,008	0,994	0,957	0,996	0,995	0,987	0,971

### **Заключение**

Исследование показало, что логарифмический закон суммирования усталостных повреждений может быть использован для расчета накопленных повреждений и оценки долговечности деталей машин, прошедших приработку, в условиях малоциклового усталости.

### **Список литературы**

1. Гарф М.Э., Крамаренко О.Ю. Развитие усталостных трещин в материалах и конструкциях. К.: Наукова думка, 1980. – 151 с.
2. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов. – М.: Советское радио, 1966. - 167 с.
3. ГОСТ Р 27.004 – 2009. Надежность в технике. Модели отказов. – М.: Стандарт-информ, 2010. – 12 с.
4. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов: Учебное пособие для технических вузов. – М.: Высш. шк., 1989. – 624 с.
5. Иванова В.С., Терентьев В.Ф. Природа усталости металлов. М.: Наука, 1989. – 301 с.
6. Лейкин А.С. Напряженность и выносливость деталей сложной конструкции. М.: Машиностроение, 1986. – 169 с.
7. Мурашко В.П. Исследования контактной выносливости зубчатых колес с твердыми поверхностями зубьев при переменных нагрузках: Дисс.канд.техн.наук: – Одесса, 1962. – 288 с.

8. Р 50-54-30-87 Рекомендации. Расчеты и испытания на прочность. Методы испытания на контактную усталость. – М.: ВНИИНМАШ, 1988. – 122 с.
9. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. Изд. 3-е, перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.

**Рецензенты:**

Луконин В.П., д.т.н., профессор, генеральный директор ФГУП «НИИ полимеров им. В.А. Каргина», г. Дзержинск;

Сажин С.Г., д.т.н., профессор, генеральный директор НТЦ АСТ, г. Дзержинск.