

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ АППАРАТА ДЛЯ РЕАБИЛИТАЦИИ НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ ЧЕЛОВЕКА ПОСЛЕ ТРАВМ

Яцун С.Ф., Локтионова О.Г., Понедельченко М.С.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Юго-Западный государственный университет», Курск, Россия (305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94), e-mail: makss-88@mail.ru

В работе рассматривается аппарат для реабилитации нижних конечностей человека после травм, который представляет собой трехзвенный механизм с тремя активными шарнирами. Обозначена актуальность исследования и проектирования такого рода устройств. Приведены расчетная схема и математическая модель трехзвенного механизма, позволяющая исследовать управляемое движение устройства численным методом. Исследованы два различных режима работы, в которых устройство может с разной эффективностью воздействовать на суставы и мышцы человека, тем самым расширяются его функциональные возможности. В результате численного моделирования для каждого из предложенных режимов работы выявлены закономерности изменения углов, угловых скоростей и угловых ускорений от характера подаваемых управляющих моментов. Разработанная модель может служить основой для создания методов проектирования и выработки оптимального алгоритма управления реабилитационными устройствами.

Ключевые слова: аппарат для реабилитации нижних конечностей, трехзвенный механизм, активные шарниры.

MATHEMATICALSIMULATIONOFMOVEMENT OF THE DEVICE FOR REHABILITATION OF THE LOWER EXTREMITIES OF THE PERSON AFTER INJURIES

Jatsun S.F., Loktionova O.G., Ponedelchenko M.S.

Southwest State University, Kursk, Russia (305040, 94, 50 let Oktyabryast., Kursk, Russia), e-mail: makss-88@mail.ru

This paper considers the apparatus for the rehabilitation of the lower extremities of a person after injuries. It consists of three elements interconnected electric drives. The paper presents the relevance of the research and design of such devices. The scheme and mathematical model of the mechanism are calculated. The mathematical model allows to investigate the controlled motion of the device by the numerical method. Studied two different modes of the device. The device can more effectively influence the joints and muscles of the human. In the result of the numerical simulation for each of the suggested modes of operation revealed regularities of changes of angles, angular velocities and angular accelerations from the control moments. The developed model can serve as a basis for the development of methods for design and develop optimal control algorithm rehabilitation devices.

Keywords: device for rehabilitation of the lower extremities of the person, active joints.

Введение

В настоящее время во всем мире активно используется метод лечебной физкультуры, основанный на выполнении дозированных движений, осуществляемых с помощью механотерапевтических аппаратов, облегчающих движения или, наоборот, требующих дополнительных усилий для их выполнения. Этот метод называется «Механотерапия», и он предназначается для избирательного воздействия на определённые функции двигательной системы человека [2; 8].

Зачастую травма и вынужденная обездвиженность приводят к частичной атрофии мышц и связочного аппарата. Сращение кости, позволяющее приступить к полноценным нагрузкам, происходит от одного до шести месяцев в зависимости от тяжести и локализации травмы, а полноценное восстановление связочно-мышечного аппарата происходит гораздо

позже, чем сращение костей или поврежденных связок. Если опорно-двигательный аппарат не подвергается каким-либо нагрузкам, то процессы разрушения начинают преобладать над процессами восстановления, что и происходит одновременно после травмы [3].

Поэтому реабилитация после травмы даже при идеальном первичном лечении необходима для максимального ускорения восстановления.

Важно понимать, что реабилитация конечностей или суставов решает две основные проблемы: восстановление полного объема движений в суставе и наращивание мышечной силы и массы; восстановление правильного стереотипа движений [5].

Одним из главных направлений в реабилитации является разработка суставов. Существует большое количество различных тренажеров, методик и реабилитационных систем, которые позволяют заниматься реабилитацией конечностей, при этом управление аппаратами для разработки суставов максимально упрощено и не требует специальных знаний [6; 7]. В настоящее время наибольшее распространение получили двухзвенные системы с одним активным шарниром. Такие устройства имеют ограниченные функциональные возможности, с целью их расширения появились трехзвенные конструкции аппаратов с несколькими активными шарнирами. Трехзвенная система может иметь пассивный коленный шарнир, а голеностопный шарнир перемещаться поступательно.

В большинстве случаев тренажеры представляют собой системы для пассивной реабилитации, которые лишь сгибают и разгибают сустав в пределах заданного угла. При этом недостаточное внимание уделяется разработке и исследованию аппаратов, воздействующих на нужные группы мышц в определенные фазы движения сустава, тем самым навязывается правильный стереотип ходьбы и тренируются мышцы, необходимые для правильной походки. В данной статье рассматривается исследование заданного движения трехзвенного механизма с активными тазобедренным, коленным и голеностопным суставами, работа которого осуществляется в сопряжении с основными принципами движения нижней конечности человека. Применение таких активных элементов существенно повышает эффективность реабилитационных мероприятий.

Целью данного исследования является изучение закономерностей управляемого движения трехзвенного механизма с тремя активными шарнирами. Для достижения поставленной цели необходимо разработать математическую модель движения трехзвенника, получить результаты исследования матмодели, провести сравнительный анализ с экспериментальными данными.

Описание трехзвенного механизма

В работе рассматривается трехзвенный механизм, звенья 1-3 которого соединены между собой приводами вращательного движения 4-6. Положение звеньев определяется

углами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Со стороны корпуса на звено 1 действует момент M_{10} , со стороны звена 1 на звено 2 действует момент M_{12} , со стороны звена 2 на звено 1 действует момент M_{21} , со стороны звена 2 на звено 3 действует момент M_{23} , и со стороны звена 3, в свою очередь, на звено 2 действует момент M_{32} . Кроме того, на звенья механизма действуют силы веса, которые в общем случае направлены под некоторым углом α к выбранной системе координат, что отражает возможность устройства проводить реабилитационные мероприятия в различных плоскостях, например в горизонтальной и вертикальной.

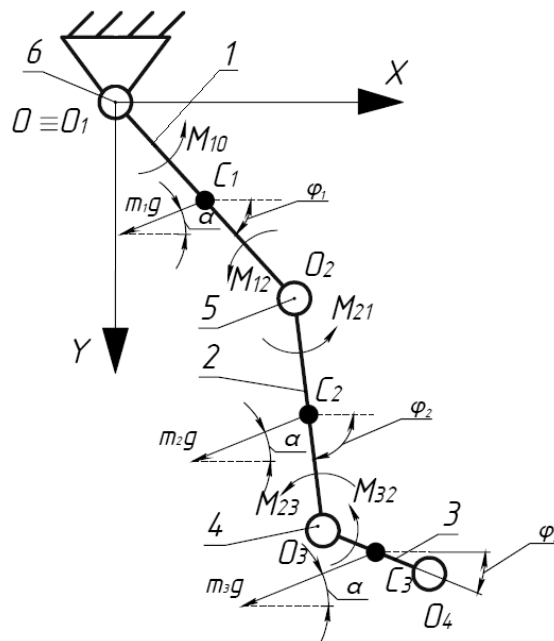


Рис. 1. Расчетная схема трехзвенного механизма

Рассмотрим движение трехзвенника, при котором ось привода б остается неизменной.

Пусть в начальном положении звенья 1, 2 и 3 находятся под углами φ_1^0, φ_2^0 и φ_3^0 . Звено 1 совершает вращательное движение под действием системы моментов, и его положение в любой момент времени определяется углом φ_1 , при этом на протяжении движения звена 1 звено 2 совершает плоско-параллельное движение, вращательная составляющая которого задается углом φ_2 , звено 3 движется так же плоско-параллельно, и его вращение задается углом φ_3 .

Математическое моделирование движения трехзвенного механизма

При разработке математической модели использовались следующие допущения: все звенья механизма являются абсолютно твердыми, недеформируемыми телами, которые

моделируются стержнями с равномерно распределенной массой, центры масс C_1, C_2, C_3 совпадают с геометрическими центрами звеньев 1-3.

Рассмотрим многозвенник O_1, O_2, O_3, O_4 , лежащий на координатной плоскости OXY (рис. 1). Он состоит из трех звеньев с центрами масс в точках C_1, C_2, C_3 . Рассматривается плоское движение системы. На звенья системы наложены стационарные голономные связи, поэтому число степеней свободы совпадает с числом обобщенных координат.

В качестве обобщенных координат будем рассматривать углы поворота $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ каждого из звеньев относительно их центров масс. Получаем следующий вектор обобщенных координат:

$$\vec{q} = |\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3|^T$$

Геометрические связи, наложенные на механическую систему, представим в виде:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = T_{i,0} \begin{pmatrix} l_i \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$T_{i,0} = \prod_{i=1}^n T_{i,i-1}; \quad (2)$$

$$T_{i,i-1} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1}) & -\sin(\varphi_i - \varphi_{i-1}) & 0 & l_{i-1} \\ \sin(\varphi_i - \varphi_{i-1}) & \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (3)$$

i - номер звена; φ_i - абсолютный угол наклона i -го звена к оси OX_i ; x_i, y_i ; - координаты центров масс i -го звена в абсолютной системе координат XOY .

Для звена $i = 1$: $l_0 = 0, \varphi_0 = 0$. Векторы скоростей центров масс C_1, C_2, C_3 звеньев имеют следующий вид:

$$\vec{V}_i = |\dot{x}_i \quad \dot{y}_i \quad 0|^T, \text{ где} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \dot{T}_{i,0} \begin{pmatrix} l_i \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ где} \quad (5)$$

Для получения дифференциальных уравнений движения данной системы воспользуемся уравнениями Лагранжа 2-го рода в форме:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \text{ где} \quad (6)$$

T – кинетическая энергия всей системы;

$$T = \sum_{i=1}^n T_i, \text{ где} \quad (7)$$

n - число звеньев.

Так как все звенья рассматриваемой системы совершают плоское движение, кинетическая энергия каждого звена будет складываться из кинетической энергии вращательного и поступательного движения:

$$T_i = \frac{m_i V_i^2}{2} + \frac{J_i \dot{\phi}_i^2}{2}; \quad (8)$$

$\dot{\phi}_i$ - угловая скорость i -го звена системы.

Модуль векторов скоростей:

$$V_i = \sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}. \quad (9)$$

Центральные моменты инерции звеньев будем вычислять по формуле:

$$J_i = \frac{m_i \left(\frac{l_i}{2} \right)^2}{12}; \quad (10)$$

m_i - масса i -го звена системы.

Для определения обобщенных сил Q_i воспользуемся принципом возможных перемещений. Сообщим системе виртуальное перемещение $\delta\varphi_1$ и найдем на нем работу всех сил и моментов, приложенных к системе на каждом этапе движения трехзвенника.

$$Q_i = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \delta\varphi_i}{\delta\varphi_i} \quad (11)$$

Подставляя (7), (10) в (5), с учетом (8), (9) после соответствующих преобразований получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение рассматриваемого механизма:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\left(\begin{array}{l}
\varphi_1 (J_1 + \frac{1}{4} m_2 l_1^2 + \frac{1}{4} m_3 l_1^2 - \frac{l_1^2}{4} (m_2 + m_3) (\sin^2 \varphi_1 - 1)) + \\
+ \varphi_2 (\frac{1}{2} m_2 + m_3) \frac{l_1 l_2}{2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \\
+ \varphi_3 m_3 \frac{l_1 l_3}{4} \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - \\
- \frac{l_1^2}{4} (m_2 + m_3) \varphi_1^2 \sin 2\varphi_1 + \\
+ \varphi_2^2 (\frac{1}{2} m_2 + m_3) \frac{l_1 l_2}{2} \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\
+ \varphi_3^2 m_3 \frac{l_1 l_3}{4} \sin(\varphi_1 - \varphi_3)
\end{array} \right) = \left(\begin{array}{l}
M_{10} - m_1 g \frac{l_1}{2} \cos \varphi_1 - \\
- m_2 g l_1 \cos \varphi_1 - \\
- m_3 g l_1 \cos \varphi_1
\end{array} \right) \\
\left(\begin{array}{l}
\varphi_2 (J_2 + \frac{1}{4} m_2 l_2^2 + m_3 l_2^2 - \frac{l_2^2}{4} (m_2 + 2m_3) \cos 2\varphi_2) + \\
+ \varphi_1 (\frac{1}{2} m_2 + m_3) \frac{l_1 l_2}{2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \\
+ \varphi_3 m_3 \frac{l_2 l_3}{2} \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \\
+ \frac{l_2}{4} (m_2 + 2m_3) (\varphi_1^2 2 \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\
+ l_2 \sin 2\varphi_2 \varphi_2^2 - 2\varphi_1 l_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \\
+ \varphi_3^2 m_3 \frac{l_2 l_3}{2} \sin(\varphi_2 - \varphi_3)
\end{array} \right) = \left(\begin{array}{l}
M_{21} - m_2 g \frac{l_2}{2} \cos \varphi_2 - \\
- m_3 g l_2 \cos \varphi_2
\end{array} \right) \\
\left(\begin{array}{l}
\varphi_3 (J_3 + \frac{1}{4} m_3 l_3^2 + m_3 l_3^2 - \frac{l_3^2}{4} m_3 \cos 2\varphi_3) + \\
+ \varphi_2 m_3 \frac{l_2 l_3}{2} \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \\
+ \varphi_1 m_3 \frac{l_1 l_3}{4} \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \\
+ \frac{l_3}{4} m_3 (2l_1 \varphi_1^2 \sin(\varphi_3 + \varphi_1) + 2l_2 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) \varphi_2^2 \\
+ l_3 \sin 2\varphi_3 \varphi_3^2 - 2\varphi_1 l_1 \cos(\varphi_1 + \varphi_3) - 2\varphi_2 l_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)) + \\
+ \varphi_1^2 m_3 \frac{l_1 l_3}{4} \sin(\varphi_3 - \varphi_1) + \\
+ \varphi_2^2 m_3 \frac{l_2 l_3}{2} \sin(\varphi_3 - \varphi_2)
\end{array} \right) = \left(\begin{array}{l}
-M_{32} + m_3 g \frac{l_3}{2} \cos \varphi_3
\end{array} \right)
\end{array} \right. \quad (12)$$

Результаты математического моделирования

Будем решать задачу определения закономерностей движения (зависимости изменения углов звеньев, угловых скоростей, ускорений точек C_i от времени) трехзвенника с тремя активными шарнирами O_1 , O_2 , O_3 для заданных управляющих воздействий $M_{i,i-1}$.

Экспериментально были определены зависимости управляющих моментов от времени (рис. 2).

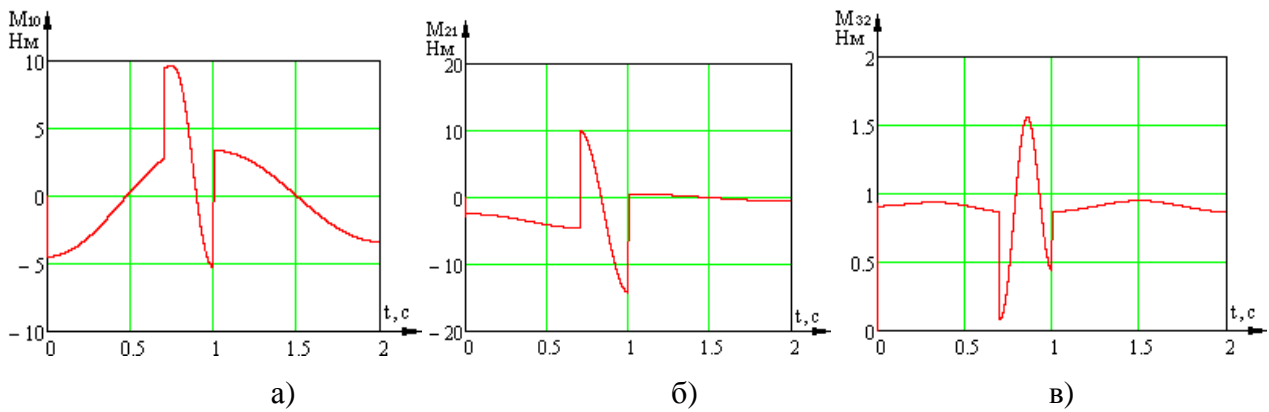
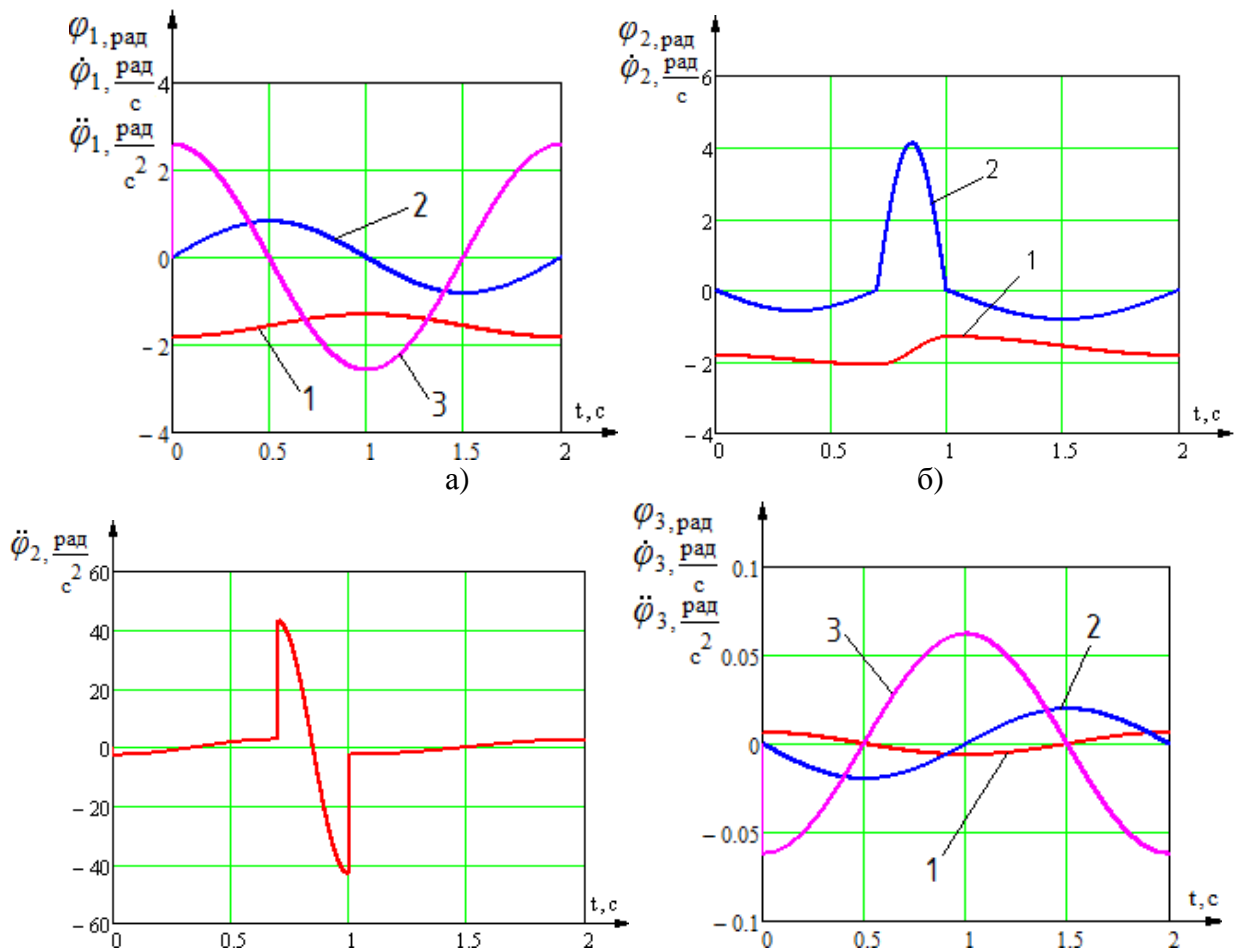


Рис. 2. Временные характеристики изменения моментов звеньев системы:

а) временная характеристика изменения момента M_{10} звена 1; б) временная характеристика изменения момента M_{21} звена 2; в) временная характеристика изменения момента M_{32} звена 3

Получим диаграммы изменения углов, угловых скоростей, ускорений звеньев трехзвенника.



в)

г)

Рис. 3. Временные диаграммы изменения углов, угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма: 1 - угол поворота звена; 2 - угловая скорость звена; 3 - угловое ускорение звена; а) временные диаграммы изменения угла, угловой скорости и углового ускорения звена 1; б) временные диаграммы изменения угла и угловой скорости звена 2; в) временная диаграмма изменения углового ускорения $\ddot{\varphi}_2$ звена 2; г) временные диаграммы изменения угла, угловой скорости и углового ускорения звена 3

Исследуем другой режим работы трехзвенного механизма, при котором шарнир O_3 движется поступательно. Законы изменения управляющих моментов, полученных также экспериментально можно проследить на следующих диаграммах.

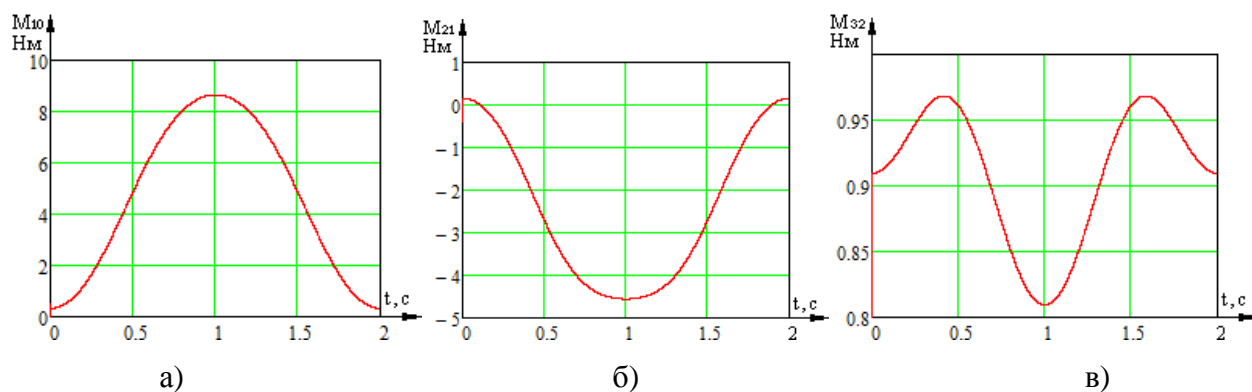


Рис. 4. Временные характеристики изменения моментов звеньев системы:

а) временная характеристика изменения момента M_{10} звена 1; б) временная характеристика изменения момента M_{21} звена 2; в) временная характеристика изменения момента M_{32} звена 3

Получим диаграммы изменения углов, угловых скоростей, ускорений звеньев трехзвенника для данного режима работы.

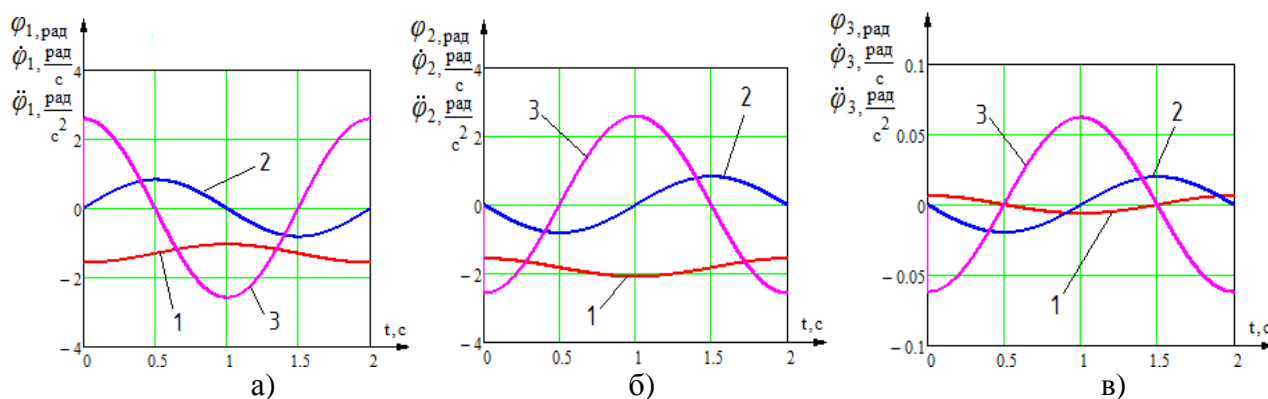


Рис. 5. Временные диаграммы изменения углов, угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма: 1 - угол поворота звена; 2 - угловая скорость звена; 3 - угловое ускорение звена; а) временные диаграммы изменения угла, угловой скорости и углового ускорения звена 1; б) временные диаграммы изменения угла, угловой скорости и углового ускорения звена 2; в) временные диаграммы изменения угла, угловой скорости и углового ускорения звена 3

Результаты

Разработанная математическая модель аппарата для реабилитации нижних конечностей человека после травм, включающая в себя описание системы управления и конструкции устройства, позволяет выявить закономерности движения трехзвенного механизма и исследовать его динамические свойства. Эта модель может служить основой для создания методов проектирования и выработки оптимального алгоритма управления реабилитационными устройствами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант ФЦП тема 1.196.12П).

Список литературы

1. Алюшин Ю.А., Рачек В.М., Вержанский П.М. Кинематический и динамический анализ типовых трехзвенных манипуляторов // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2009. – С. 474-488.
2. Довгань В.И., Темкин И.Б. Механотерапия. – Медицина, 1981. – С. 128.
3. Котельников Г.П., Мирошниченко В.Ф. Закрытые травмы конечностей. - ГЭОТАР-Медиа, 2009. – С. 496.
4. Кулагин Е.В., Лутманов С.В., Петухов И.С. Математическое моделирование управления движением плоского двухзвенного манипулятора // Проблемы механики и управления: нелинейные динамические системы. – 2005. – С. 21–34.
5. Пашаева И.Г., Свягина Е.В. Особенности реабилитации спортсменов после травм опорно-двигательного аппарата // Труды Дальневосточного государственного технического университета . – 2004. – С. 124–126.
6. Рукавицын А.Н., Яковлев И.А. Механотерапевтическое реабилитационное устройство для нижних конечностей человека // Современные наукоемкие технологии . – 2013. – С. 108–110.

7. Рябчиков И.В., Панков И.О., Рябчикова Е.Н. Пассивная механотерапия в реабилитации пациентов с повреждениями крупных суставов нижних конечностей // Бюллетень Восточно-сибирского научного центра СО РАМН. – 2011. – С. 94.
8. Смоленский А.В., Зимина Е.В. Роботизированные технологии в физической реабилитации спортсменов с последствиями позвоночно-спинномозговых травм // Вестник новых медицинских технологий . – 2012. – С. 99–101.
9. Яцун С.Ф., Тарасова Е.С. Механотерапевтическое устройство для реабилитации локтевого сустава // Известия ЮЗГУ. Серия Техника и технологии. – 2012. - № 1. – С. 42–47.
10. Яцун С.Ф., Тарасова Е.С. Особенности системы управления механотерапевтического устройства для реабилитации локтевого сустава // Известия ЮЗГУ. – 2012. - № 2, ч. 1. – С. 172–179.

Рецензенты:

Кобелев Н.С., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теплогазоснабжения и вентиляции, ЮЗГУ, г.Курск.

Игнатенко Н.М., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой общей и прикладной физики, ЮЗГУ, г.Курск.