

ФАКТОР ЛИКВИДНОСТИ В ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ ДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ РЕСУРСАМИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ КОМПАНИИ

Титов В.А., Долгополов А.А.

ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Москва, Россия e-mail: vtitov213@yandex.ru

В статье рассматривается возможность учета фактора ликвидности ресурсов в задаче динамического управления запасами компании. Описывается специфика учета фактора ликвидности в линейной математической модели. Описываются экономические условия, в рамках которых данная модель может использоваться в качестве инструмента планирования. Приводятся экономические условия и возможности, которые данная модель сможет учитывать. Рассматривается конкретный пример использования математической модели на практике и интерпретируются полученные результаты. Особое внимание уделяется сравнению результатов базовой модели и расширенной модели, позволяющих заявить об эффективности ее использования на практике. Рассматриваются возможности дальнейшего развития приведенного инструмента планирования либо помощью добавления новых факторов, либо путем внедрения модели в более сложные системы планирования и управления запасами ресурсов и производством.

Ключевые слова: симплекс-метод, линейное программирование, двойственные оценки, управление запасами ресурсов, динамические модели, фактор ликвидности.

LIQUIDITY FACTORS IN LINEAR MODEL DYNAMIC RESOURCE MANAGEMENT PRODUCTION COMPANY

Titov V.A., Dolgopolov A.A.

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia, e-mail: vtitov213@yandex.ru

The article considers the possibility of taking into account the factor of liquidity resources in the dynamic inventory management company. Describes the specifics of accounting liquidity factors in linear mathematical model. Describes the economic conditions under which the model can be used as a planning tool. Given current economic conditions and opportunities that this model can be considered. A concrete example of the use of mathematical models is considered in practice and the obtained results are described. Particular attention is given to comparing the results of the basic model and the extended model, allowing to declare the effectiveness of its use in practice. The possibilities of further development of the above planning tool by adding new factors or by the introduction of the model in more complex systems planning and inventory management resources and production.

Keywords: simplex-method, linear programming, dual evaluation, inventory management, dynamic models, liquidity factor.

В статье [4], посвященной применению симплекс-метода для решения задач динамического программирования, была приведена базовая линейная математическая модель (далее – базовая модель), используемая для формирования оптимального производственного плана с учетом возможности создания запасов ресурсов. Однако несложно заметить, что приведенная ранее модель содержит в себе лишь основные данные, учитываемые при планировании производственного плана и объема запасов ресурсов, в то время как количество факторов, очевидно воздействующих на деятельность организации и связанных с производством реальной продукции, значительно больше. Одним из важнейших факторов является фактор ликвидности, который определяет для организации уровень мобильности и возможности незамедлительной реализации по адекватной цене, как запасов

ее ресурсов, так и продукции. Целью данной статьи является приведение способа учета данного фактора в линейной математической модели управления запасами предприятия в динамике.

Необходимость учета фактора ликвидности в математической модели обосновывается тем, что компания, производящая какой-либо продукт, может оказаться в положении, когда наблюдается избыток одних ресурсов и дефицит других. В частности, возможна ситуация, когда компания занимается изготовлением сложных и многокомпонентных продуктов, и в процессе производства базовые ресурсы уже превращены в некоторый продукт, не являющийся еще конечным, но при этом для завершения производственного цикла в силу тех или иных причин не хватает ряда ресурсов. В такой ситуации целесообразно рассмотреть возможность продажи избыточных запасов некоторых видов ресурсов или полуфабрикатов с целью приобретения дополнительных ресурсов, являющихся на данный момент дефицитными [1, 2].

В статье [4] был приведен ряд допущений и условий, в рамках которых результаты, рассчитанные на основании базовой модели с использованием симплекс-метода, будут адекватно отображать производственные планы и объемы запасенных ресурсов организации в различные моменты времени. Все эти допущения и условия будут актуальны и для расширенной модели динамического управления запасами организации с учетом фактора ликвидности.

Ликвидность фактического товара, будь то конечный продукт производства или ресурс, необходимый для его изготовления, характеризуется двумя параметрами: временем и стоимостью. Как известно, наибольшей ликвидностью обладает тот товар, который можно реализовать за его номинальную стоимость в минимальные сроки. Ликвидностью товара можно управлять путем изменения стоимости его продажи, то есть, снижая цену товара, мы имеем возможность сократить сроки, необходимые для его реализации. Математическая модель, которая представлена в данной статье, опирается на следующее предположение: цену ресурса всегда можно снизить до такого не отрицательного значения, что в любой рассматриваемый промежуток времени он будет гарантированно превращен в деньги путем его продажи.

При построении модели актуальным вопросом становится выбор формы учета конвертации одних ресурсов в другие. Это можно реализовать двумя способами: непосредственно введением в модель в качестве производственного ресурса денежных средств, либо рассматривать конвертацию ресурсов с применением коэффициентов, которые отображали бы соотношение цен данных ресурсов. В силу ряда специфических особенностей денежных средств, как ресурса, участвующего в производстве, предложено для конкретной

модели в данной работе рассматривать второй вариант, без добавления в модель неравенства, учитывающего запасы денежных средств.

Таким образом, на основании выдвинутых предположений линейная модель динамического управления запасами с учетом фактора ликвидности ресурсов выглядит следующим образом [3, 6]:

$$\begin{aligned}
 F: \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{m \cdot 2^n} (p_j^t x_j^t) - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n (c_i^t r_i^t) \rightarrow \max \\
 A_{[(nT) \times (m \cdot 2^n)]}^1 X + \bar{d} + \bar{r} \leq \bar{b} \\
 A_{[(nT) \times (m \cdot 2^n)]}^2 X \leq \bar{r} + \bar{d} - R \\
 \sum_{j=1}^{m \cdot 2^n} (p_j x_j) \geq \bar{k} \\
 x_j^t, r_i^t, k^t \geq 0, i \in [1; n], j \in [1; m \cdot 2^n], t \in [1; T]
 \end{aligned}$$

где:

x_j^t – количество продукции $(j - \left\| \frac{j}{2^n} \right\| * 2^n)$ -го вида, изготовленной по $\left\| \frac{j}{2^n} \right\|$ – производственной программе;

p_j^t – чистая прибыль с единицы продукции $(j - \left\| \frac{j}{2^n} \right\| * 2^n)$ -го вида, изготовленной по $\left\| \frac{j}{2^n} \right\|$ – производственной программе;

c_i^t – затраты на хранение единицы ресурса i -го вида, приобретенного в момент времени t ;

X – вектор, описывающий объем производственной продукции по всем типам программ для каждого конкретного временного интервала из рассматриваемого периода;

A^1, A^2 – производственные матрицы размерности $[(nT) \times (m \cdot 2^n)]$, которые описывают затраты ресурсов, привлекающихся на производство, соответственно, из двух различных источников, причем на изготовление каждого вида продукции различным способом. Они имеют блочную структуру, в которой блоки, содержащие ненулевые элементы, лежат на главной диагонали и описывают все производственные программы и затраты ресурсов на каждую из них в конкретном временном интервале;

\bar{b} – вектор размерности $[n \cdot T]$, описывающий предложение i -го ресурса на рынке в момент времени t ;

\bar{r} – вектор размерности $[n \cdot T]$, задающий объем запаса i -го ресурса, создаваемого в момент t и доступного к использованию в производстве в момент времени $t+1$;

\bar{k} – вектор размерности [t], характеризующий минимальный размер чистой прибыли компании от производства, необходимого для поддержания работы в момент времени t.

\bar{d} – вектор, являющийся главной диагональю матрицы, которая определяется перемножением матриц $[L * R]$;

L – матрица, описывающая коэффициенты попарной конвертации ресурсов, на практике может рассчитываться, как отношение фактической цены гарантированной продажи (в рассматриваемом периоде с учетом некоторого «штрафа» за скорость гарантированной продажи) имеющегося ресурса и рыночной цены ресурса, который планируется купить за счет вырученных средств, элемент матрицы l_{ij} – обозначает соответственно какой объем i-го ресурса мы можем приобрести за счет продажи единицы j-го ресурса;

R – матрица, описывающая фактическое количество купленных ресурсов в счет проданных запасов имеющихся ресурсов, на главной диагонали которой находятся 0. Весь объем купленных и проданных ресурсов будет отображаться в ней. Выглядеть в общем случае она будет следующим образом:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & \dots & r_{1n} \\ \dots & 0 & \dots \\ r_{n1} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

С учетом вышесказанного особое внимание стоит уделить строчкам матрицы, описывающим управление запасами компании. Рассмотрим отдельно произвольный случай работы с двумя равенствами для более наглядного описания. Пусть компания уже имеет некоторые запасы ресурсов i-го типа, но в рассматриваемый момент времени у нее возникла необходимость приобретения дефицитного ресурса j-го типа, без которого производство готовой продукции в принципе невозможно. Предложенная математическая модель может учесть возможность взаимной конвертации и предлагает оптимальное решение, фактическое описание которого отражается на значении целевой функции и, что более важно, в строках, описывающих саму конвертацию ресурсов, которые выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} 0 + \dots + a_{im}x_m^t + \dots + a_{ip}x_p^t &= r_i + \dots - r_{ij} \\ 0 + \dots + a_{jm}x_m^t + \dots + a_{jp}x_p^t &= r_j + \dots + l_{ji}r_{ij} \end{aligned}$$

Таким образом, можно наглядно увидеть, что в правой части равенств учитываются все возможные переходы. Однако необходимо внести некоторые уточняющие положения, при которых данная модель будет работать, и какие ситуации она не может описать:

- В силу заданных ограничений ресурсы в конкретно взятый момент времени могут «двигаться» только в одном направлении и конвертировать один ресурс в другой нельзя сверх объема предлагаемого рынком второго ресурса в рассматриваемый период времени.

- В отношении элементов матрицы L не выполняется следующее равенство $l_{ij} = \frac{1}{l_{ji}}$, в силу того, что продажа каждого ресурса осуществляется со своим собственным «штрафом» за скорость гарантированной продажи, который будет варьироваться в зависимости от базовой ликвидности самого ресурса в данный момент времени в регионе, в котором работает компания, следовательно, цена продажи ресурса будет однозначно ниже рыночной при прочих равных условиях.

- При работе данной модели допускается возможность опосредованной конвертации i-го ресурса в j-ый с использованием третьего ресурса, иначе говоря, модель учитывает спекулятивные возможности на рынке ресурсов в течение конкретного периода времени.

- В силу отсутствия непосредственного учета запаса денежных средств, как ресурса необходимого для производства, все изменения цен на ресурсы или продукцию будут учитываться, как и в базовой модели исключительно через чистую прибыль от реализации единицы продукции (различных типов).

- Данная модель может учитывать и использовать спекулятивные возможности на рынке ресурсов, возникающие в двух различных периодах времени, если таковые происходят.

Для наглядного изображения работы модели ниже приведен пример с конкретными числами, позволяющий увидеть ее потенциальные возможности. В практическом примере рассматривается случай, когда компания производит последующей реализацией два типа конечного продукта и использует в производстве три типа ресурса в течение двух периодов.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 F: 18x_1^1 + 24x_2^1 + 15x_3^1 + 20x_2^2 + 15x_3^2 + 20x_4^2 + 15x_5^2 + 20x_6^2 + 18x_7^2 + 24x_8^2 + 15x_9^2 + 20x_{10}^2 + \\
 \quad + 18x_{11}^2 + 24x_{12}^2 + 18x_{13}^2 + 24x_{14}^2 + 18x_{15}^2 + 24x_{16}^2 - 1,1r_1^1 - 0,4r_2^1 - 0,8r_3^1 \rightarrow \max \\
 \quad 3x_1^1 + 1,7x_2^1 + r_1^1 \leq 300 \\
 \quad 2x_1^1 + 4x_2^1 + r_2^1 \leq 250 \\
 \quad 1,2x_1^1 + 5x_2^1 + r_3^1 \leq 300 \\
 \quad 3x_1^2 + 1,7x_2^2 + 3x_3^2 + 1,7x_4^2 + 3x_5^2 + 1,7x_6^2 + 3x_9^2 + 1,7x_{10}^2 + r_{21}^1 + r_{31}^1 \leq 300 \\
 \quad 2x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_4^2 + 2x_{11}^2 + 4x_{12}^2 + 2x_{15}^2 + 4x_{16}^2 + r_{12}^1 + r_{32}^1 \leq 250 \\
 \quad 1,2x_1^2 + 5x_2^2 + 1,2x_9^2 + 5x_{10}^2 + 1,2x_{11}^2 + 5x_{12}^2 + 1,2x_{13}^2 + 5x_{14}^2 + r_{13}^1 + r_{23}^1 \leq 500 \\
 \quad 3x_7^2 + 1,7x_8^2 + 3x_{11}^2 + 1,7x_{12}^2 + 3x_{13}^2 + 1,7x_{14}^2 + 3x_{15}^2 + 1,7x_{16}^2 \leq r_1^1 + 0,5 * r_{21}^1 + 3 * r_{31}^1 - r_{12}^1 - r_{13}^1 \\
 \quad 2x_5^2 + 4x_6^2 + 2x_7^2 + 4x_8^2 + 2x_9^2 + 4x_{10}^2 + 2x_{13}^2 + 4x_{14}^2 \leq r_2^1 + 0,15 * r_{12}^1 + 2 * r_{32}^1 - r_{21}^1 - r_{23}^1 \\
 \quad 1,2x_2^2 + 5x_3^2 + 1,2x_4^2 + 5x_5^2 + 1,2x_6^2 + 5x_7^2 + 1,2x_{15}^2 + 5x_{16}^2 \leq r_3^1 + 0,3 * r_{13}^1 + 0,4 * r_{23}^1 - r_{31}^1 - r_{32}^1 \\
 \quad 18x_1^1 + 24x_2^1 \geq 1500
 \end{array} \right.$$

Стоит обратить внимание на условия рассмотренного примера. Во-первых, в примере ожидается рост цены 1-го типа ресурса во втором периоде по сравнению с первым периодом, данное увеличение было отражено в качестве уменьшения чистой прибыли от реализации продукции обоих видов, для производства которой используются ресурсы первого типа, приобретенные во втором периоде. А также увеличилось предложение ресурса третьего типа

во втором периоде. Эти два изменения сыграют ключевую роль в выборе производственной программы и при управлении ресурсами организации.

Решение задачи можно представить в виде следующих векторов, характеризующих объемы производства, объемы запасов и количество конвертированных ресурсов, с учетом присвоенных им коэффициентов попарной ликвидности.

Объем производства продукции за первый и второй периоды в соответствии с выбранными производственными программами:

$$X = \{83,33; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 55,23; 34,88; 46,67; 0\}$$

Объем сформированных запасов ресурсов каждого типа: $\bar{r} = \{50; 83,33; 100\}$

Объемы конвертации ресурсов:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Интерпретируем полученные результаты:

- Целевая функция достигла значения в 3 916,03 единиц (далее предположим, что это тыс. руб.);

- В первом периоде было произведено 83,33 тыс. единиц продукции на сумму 1500 тыс. рублей и сформированы запасы ресурсов всех типов в следующих объемах:

$$\bar{r} = (50; 83,33; 100) \text{ (тыс. единиц);}$$

- Во втором периоде было произведено продукции первого типа – 101,9 тыс. ед., продукции второго типа – 34,88 тыс. ед. На общую сумму – 2 371,32 тыс. руб.

- Продано 100 тыс. единиц ресурсов 3-го типа, с дальнейшим приобретением 300 тыс. единиц ресурсов 1-го типа.

Поскольку для решения задачи использовалась процедура симплекс-метода, наравне с векторами, отображающими объем производства, запасов и взаимной конвертации ресурсов, то были сформированы векторы двойственных оценок ресурсов и запасов ресурсов, в том числе конвертируемых (особенности их формирования и изменения рассмотрены в [4]):

Двойственные оценки ресурсов, предлагаемых на рынке в первом и втором периодах (приводятся в соответствии с порядком указания в задаче):

$$\{1,69; 4,41; 0; 2,52; 4,81; 0\}$$

Двойственные оценки запасов ресурсов (приводятся в соответствии с порядком указания в задаче):

$$\{2,79; 4,81; 0,8\}$$

Особое внимание стоит обратить на тот факт, что с теми же данными базовая модель управления запасами компании в динамике [4] определяет следующее значение целевой функции – 3688,42 тыс. руб. Опираясь на данный факт, можно утверждать, что расширенная

модель, учитывающая фактор ликвидности и возможность компании конвертировать свои ресурсы, в том числе и со спекулятивными целями, дает лучшее решение поставленной проблемы управления запасами.

Подводя итоги, следует сделать следующие выводы, а также предложения по развитию приведенной модели в будущем:

1) Приведенная модель доступна к применению на практике, позволяет более эффективно учитывать экономические условия, складывающиеся для конкретно взятой компании, и использовать большее число возможностей для получения дохода или минимизации издержек, чем базовая модель.

2) Доступная для понимания интерпретация результатов делает данную модель перспективной для дальнейшего развития с целью учета большего числа факторов окружающей среды и возможностей компании.

3) Перспективным развитием модели представляется учет в ней запасов денежных средств, как ресурса, участвующего в производстве опосредовано через вложение в иные ресурсы, либо для конвертации. Кроме того, это позволит учитывать инфляционные, ценовые риски, а также ряд иных рисков в более наглядной форме.

4) Модель можно развивать как самостоятельный инструмент для формирования стратегии управления ресурсами, но также допустимо сделать ее частью более глобальной системы планирования с использованием более сложных технических средств. К примеру, используя ее в качестве элемента имитационного моделирования [5]. Однако это потребует значительного расширения количества учитываемых факторов, а также в целом потребуются более комплексный подход к их учету при формировании планов в сфере производства и управления ресурсами.

Список литературы

1. Дорохина Е.Ю., Халиков М.А. Моделирование микроэкономики. – М.: Экзамен, 2000.
2. Минько Э.В., Минько А.Э. Методы прогнозирования и исследования операций: Учеб. пособие / под ред. А.С. Будагова. – М.: Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2010.
3. Сагитов Р.Р., Шершенев В.Г. Линейная алгебра: Учебно-метод. пособие // Рос. экон. акад. им. Г. В. Плеханова. – М.: Менеджер, 2007. Ч. II.
4. Титов В.А., Долгополов А.А. Применение симплекс-метода для решения задач динамического управления запасами организации // Современные проблемы науки и образования. Науч. журнал URL:<http://www.science-education.ru/117-13074> (дата обращения: 23.11.2014).

5. Суровцев Л.К. Математическая экономика: Учеб. пособие. – М.: Экономика, 2011.
6. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. Изд-во Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, 2004.

Рецензенты:

Петров Л.Ф., д.т.н., профессор кафедры математических методов в экономике ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова» Министерства образования и науки РФ, г. Москва;

Халиков М.А., д.э.н., профессор кафедры математических методов в экономике ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова» Министерства образования и науки РФ, г. Москва.