

УДК 621.316.3

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛООВОГО БАЛАНСА ПРОВОДОВ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ПРИ ТЕПЛООТДАЧЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИЕЙ

Гиршин С.С.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Омский государственный технический университет», Омск, Россия (644050, Омск, пр-т Мира, 11), e-mail: stansg@mail.ru

Рассмотрен вывод упрощенного решения уравнения теплового баланса для температуры и теплового потока от провода в окружающую среду неизолированных и изолированных проводов воздушных линий. Знание температуры провода позволяет с высокой точностью определить потери электрической энергии в электрических сетях, а также позволяет контролировать пропускную способность линий электропередачи. Для нахождения температуры и теплового потока теперь не требуются специальные компьютерные программы, есть возможность решения обратных задач, нет затруднений при анализе результатов. Показана высокая точность расчета теплового потока упрощенного уравнения по сравнению с исходным уравнением теплового баланса для изолированных и неизолированных проводов различных диаметров. Относительная погрешность определения теплового потока по приближенному уравнению не превышает 3 %.

Ключевые слова: воздушные линии электропередачи, температура провода, уравнение теплового баланса, температурная зависимость, потери электроэнергии.

THE APPROACHED DECISION OF THE EQUATION OF THERMAL BALANCE OF WIRES OF AIR-LINES AT THE HEAT TRANSFER NATURAL CONVECTION

Girshin S.S.

Federal State Educational Government-financed Institution of Higher Professional Education «Omsk State Technical University», Omsk, Russian Federation (644050, Omsk, pr-t Mira, 11), e-mail: stansg@mail.ru

Having considered the conclusions simplified solution heat balance equation for the temperature and heat flux from the overhead conductor to the environment for bare and insulated overhead lines. Knowledge of conductor temperature allows to accurately determine the losses in electrical networks, and also allows to control the capacity of the transmission lines. To find the temperature and heat flux no longer need a special computer program, there is a possibility of solving inverse problems, there is no difficulty in analyzing the results. The high accuracy of the heat flow calculation of the simplified equation is shown in comparison with the original equation of thermal balance for insulated and bare overhead conductors of different diameters. The relative error in the determination of the heat flux on the approximate equation does not exceed 3%.

Keywords: overhead power lines, conductor temperature, heat balance equation, temperature dependence, loss of electricity.

Постановка задачи

В настоящее время существует необходимость учитывать температурную зависимость сопротивления проводов, а также качество электрической энергии при расчете потерь энергии в электрических сетях [2, 4, 7, 10]. Кроме того, уточненные значения активных сопротивлений могут быть эффективно использованы при решении различных задач динамики сетей, например, при расчете перенапряжений при замыканиях на землю в сети с компенсацией емкостных токов.

Рассматриваемый подход связан с вычислением температур элементов сети на основе уравнений теплового баланса. Эти уравнения в большинстве случаев нелинейны, и для их решения могут быть использованы численные методы. Применение численных методов

имеет определенные недостатки. В частности, требуются специальные компьютерные программы, возникают затруднения при анализе результатов и отсутствует возможность решения обратных задач. Поэтому на практике получили распространение различные способы упрощения уравнений теплового баланса [5, 6, 9].

Тепловой поток Q от провода в окружающую среду обусловлен конвекцией (Q_k) и тепловым излучением¹ (Q_l) [8]:

$$Q = Q_k + Q_l = A_k (T_{внеш} - T_{окр})^k + A_l (T_{внеш}^4 - T_{окр}^4), \quad (1)$$

где $T_{внеш}$ и $T_{окр}$ – абсолютные температуры внешней поверхности провода и окружающей среды; A_k и A_l – постоянные коэффициенты; k – показатель степени, зависящий от условий конвекции.

Наиболее распространенным является случай вынужденной конвекции, поскольку провода охлаждаются на открытом воздухе. Этому соответствует $k=1$ [8], и нелинейность уравнений обусловлена только наличием лучистого теплообмена. Вместе с тем при слабом ветре может реализоваться также естественная конвекция. Несмотря на нетипичность этого случая, он представляет практический интерес, так как именно в такой ситуации возникают наиболее неблагоприятные условия охлаждения проводов. При естественной конвекции в общем случае $k>1$, а для условий, возникающих при охлаждении проводов, $k = 5/4$ [5,8].

Самым распространенным способом упрощения уравнений является приближенное представление величины Q_l квадратичной функцией температуры провода [3, 5]. Однако ранее используемые способы такого представления ориентированы, прежде всего, на расчет допустимых токовых нагрузок. Поэтому они дают удовлетворительные результаты только при максимальных рабочих температурах, и, кроме того, допускают погрешности в сторону некоторого занижения теплового потока.

При расчете потерь энергии требуется высокая точность на всем диапазоне рабочих температур. Наиболее математически обоснованным способом достижения максимальной точности является метод наименьших квадратов. В своей классической форме он относится к численным методам. Однако в данном случае исходная функция задана аналитически. Это позволяет при минимизации отклонений перейти от суммирования по конечному числу точек к интегрированию на всем заданном диапазоне, что в конечном итоге приводит к аналитическим формулам для коэффициентов аппроксимации. Решение этой задачи для условий вынужденной конвекции рассмотрено в [9]. В настоящей статье изложены результаты аналогичного преобразования уравнения для естественной конвекции.

¹ Здесь подразумевается не тепловое излучение собственно провода, а результирующий поток энергии с учетом излучения окружающих тел.

Приведение уравнения теплового баланса к квадратичному виду

Из формулы (1) видно, что уравнение теплового баланса содержит два нелинейных слагаемых: $A_k(T_{внеш} - T_{окр})^k = A_k \Delta\Theta^k$ и $A_l T_{внеш}^4$, где $\Delta\Theta$ – превышение температуры поверхности провода над температурой окружающей среды. Четвертую степень температуры можно расписать следующим образом:

$$T_{внеш}^4 = (T_{окр} + \Delta\Theta)^4 = \Delta\Theta^4 + 4T_{окр}\Delta\Theta^3 + 6T_{окр}^2\Delta\Theta^2 + 4T_{окр}^3\Delta\Theta + T_{окр}^4. \quad (2)$$

Запишем нелинейную составляющую (1) в виде функции:

$$F(\Delta\Theta) = A_l(\Delta\Theta^4 + 4T_{окр}\Delta\Theta^3 + M_k\Delta\Theta^k), \quad (3)$$

где $M_k = A_k/A_l$.

Выполним преобразование F по методу наименьших квадратов к функции H вида:

$$H(\Delta\Theta) = A_l(M_2\Delta\Theta^2 + M_1\Delta\Theta + M_0) \quad (4)$$

на диапазоне $0 \leq \Delta\Theta \leq \Delta\Theta_\delta$. Выбор этого диапазона и формулы для расчета его верхней границы $\Delta\Theta_\delta$ приведены в [9].

Условие преобразования F к H имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta_{ск}^2 &= \frac{1}{\Delta\Theta_\delta} \int_0^{\Delta\Theta_\delta} (H - F)^2 d(\Delta\Theta) = \\ &= \frac{1}{\Delta\Theta_\delta} \int_0^{\Delta\Theta_\delta} (M_2\Delta\Theta^2 + M_1\Delta\Theta + M_0 - \Delta\Theta^4 - 4T_{окр}\Delta\Theta^3 - M_k\Delta\Theta^k)^2 d(\Delta\Theta) \Rightarrow \min, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta_{ск}$ – среднеквадратичная разность функций H и F .

Решение задачи (5) при $k = 5/4$ приводит к следующим формулам:

$$M_2 = \frac{12}{7}\Delta\Theta_\delta^2 + 6T_{окр}\Delta\Theta_\delta + \frac{200}{663}M_k\Delta\Theta_\delta^{-3/4}, \quad (6)$$

$$M_1 = -\frac{32}{35}\Delta\Theta_\delta^3 - \frac{12}{5}T_{окр}\Delta\Theta_\delta^2 + \frac{160}{221}M_k\Delta\Theta_\delta^{1/4}, \quad (7)$$

$$M_0 = \frac{3}{35}\Delta\Theta_\delta^4 + \frac{1}{5}T_{окр}\Delta\Theta_\delta^3 - \frac{4}{221}M_k\Delta\Theta_\delta^{5/4}. \quad (8)$$

Полностью уравнение теплового баланса провода имеет вид [9]:

$$\Delta P'_0(1 + \alpha\Theta_{внеш}) = d_{пр} \left[\pi\alpha_{кон}(T_{внеш} - T_{окр}) + \pi\varepsilon_n C_0(T_{внеш}^4 - T_{окр}^4) - A_s q_{соли} \right] \quad (9)$$

где $\alpha_{кон}$ – коэффициент теплоотдачи конвекцией, причем для случая вынужденной конвекции берется коэффициент вынужденной конвекции $\alpha_{вын}$, а для случая естественной конвекции – коэффициент естественной конвекции α_k ; ε_n – коэффициент черноты поверхности провода

для инфракрасного излучения; $C_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – постоянная излучения абсолютно черного тела; $\Theta_{внеш}$ – температура поверхности провода в °С; A_s – поглощательная способность поверхности провода для солнечного излучения; $q_{солн}$ – плотность потока солнечной радиации на провод; $d_{пр}$ – диаметр провода; $\Delta P'_0$ – потери активной мощности в проводе на единицу длины при $\Theta_{внеш} = 0$ °С, равные [9]

$$\Delta P'_0 = \frac{I^2 r_0}{1 - \alpha I^2 r_0 S_{из}}, \quad (10)$$

где I – ток в проводе; r_0 – погонное активное сопротивление при °С; $S_{из}$ – погонное тепловое сопротивление изоляции.

Используем выражение для коэффициента теплоотдачи естественной конвекцией, полученное в [6]:

$$\alpha_k = 0,0749 \sqrt{\frac{P_a}{T_{окр}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{T_{внеш} - T_{окр}}{d_{пр}}}, \quad (11)$$

где P_a – атмосферное давление.

Подставим (11) в (9) с использованием коэффициентов, введенных в уравнении (1):

$$\Delta P'_0 (1 + \alpha \Theta_{внеш}) = A_k (T_{внеш} - T_{окр})^{5/4} + A_l (T_{внеш}^4 - T_{окр}^4) - d_{пр} A_s q_{солн}, \quad (12)$$

где

$$A_k = 0,0749 \pi d_{пр}^{3/4} \sqrt{\frac{P_a}{T_{окр}}}, \quad (13)$$

$$A_l = \pi d_{пр} \varepsilon_n C_0. \quad (14)$$

Расписав в (12) $T_{внеш}^4$ по формуле (2) и произведя замену F на H , после преобразований получим уравнение:

$$A_2 (\Theta_{внеш} - \Theta_{окр})^2 + A_1 (\Theta_{внеш} - \Theta_{окр}) + A_0 = 0, \quad (15)$$

где $\Theta_{окр}$ – температура окружающей среды в °С.

В (15) введены следующие обозначения:

$$A_2 = 6A_l \left(\frac{2}{7} \Delta \Theta_{\partial}^2 + T_{окр} \Delta \Theta_{\partial} + T_{окр}^2 \right) + \frac{200}{663} A_k \Delta \Theta_{\partial}^{-3/4}, \quad (16)$$

$$A_1 = 4A_l \left(T_{окр}^3 - \frac{8}{35} \Delta \Theta_{\partial}^3 - \frac{3}{5} T_{окр} \Delta \Theta_{\partial}^2 \right) + \frac{160}{221} A_k \Delta \Theta_{\partial}^{1/4} - \alpha \Delta P'_0, \quad (17)$$

$$A_0 = \frac{A_l \Delta \Theta_{\partial}^3}{5} \left(\frac{3}{7} \Delta \Theta_{\partial} + T_{окр} \right) - \frac{4}{221} A_k \Delta \Theta_{\partial}^{5/4} - A_s d_{пр} q_{солн} - \Delta P'_0 (1 + \alpha \Theta_{окр}). \quad (18)$$

Уравнение (15) представляет собой уравнение теплового баланса провода, приведенное к квадратичному виду. Его решение имеет вид:

$$\Theta_{внеш} = \Theta_{окр} + \frac{\sqrt{A_1^2 - 4A_0A_2} - A_1}{2A_2}. \quad (19)$$

Второй корень уравнения является посторонним, поскольку может давать $\Theta_{внеш} < \Theta_{окр}$, что противоречит физическому смыслу решаемой задачи.

Потери активной мощности на единицу длины провода и температура токоведущей жилы равны:

$$\Delta P = \Delta P'_0 (1 + \alpha \Theta_{внеш}), \quad (20)$$

$$\Theta_{пр} = \Theta_{внеш} + S_{из} \Delta P. \quad (21)$$

Анализ результатов

С практической точки зрения критерием эффективности проведенной аппроксимации является точность вычисления температуры провода и потерь активной мощности. Однако эти величины зависят от многих факторов. Поэтому путем численного анализа трудно установить, насколько «типичны» получающиеся результаты. Чтобы исключить эти факторы, сначала проанализируем точность аппроксимации теплового потока Q , определяемого по формуле (1). Для уменьшения количества коэффициентов разделим его на величину A_l :

$$Q'_l = Q/A_l = T_{внеш}^4 - T_{окр}^4 + M_k (T_{внеш} - T_{окр})^{5/4}. \quad (22)$$

Аппроксимированный аналог этой функции получается путем подстановки (2) в (22) и замены F на H :

$$Q_{анпр} = (M_2 + 6T_{окр}^2) \Delta \Theta^2 + (M_1 + 4T_{окр}^3) \Delta \Theta + M_0. \quad (23)$$

Функция $Q'_l(T_{внеш})$ однозначно задается двумя параметрами: $T_{окр}$ и M_k . Чем ниже температура окружающей среды, тем шире диапазон аппроксимации, и, следовательно, можно ожидать увеличения погрешности. Поэтому примем достаточно низкое значение этой температуры $T_{окр} = 275$ К.

Исходя из (3), (13) и (14), найдем:

$$M_k = \frac{A_k}{A_l} = \frac{0,0749 d_{пр}^{-1/4}}{\epsilon_n C_0} \sqrt{\frac{P_a}{T_{окр}}}. \quad (24)$$

Видно, что значение M_k определяется главным образом диаметром провода $d_{пр}$ и коэффициентом черноты ϵ_n . Влияние атмосферного давления и температуры окружающей

среды менее существенно: варьирование этих величин в реальных пределах приводит к изменению M_k примерно на 10 %.

Выберем значения коэффициента черноты для поверхности провода: минимальное (для неизолированных проводов) значение $\varepsilon_n = 0,5$ принято в [11], а максимальное (для изолированных проводов) $\varepsilon_n = 0,8$ в [3]. Диаметр может изменяться от 4,5 мм провода АС-10/1,8 до 30,6 мм провода АС-500/64 у неизолированных проводов и от 11,5 мм провода SАХ-35 до 22,8 мм провода SАХ-240 [1]. Выполним расчеты потока теплового излучения отдельно для неизолированных и изолированных проводов по уравнениям (22) и (23). Давление на высоте 300 метров над уровнем моря принимаем 100 кПа.

Верхнюю границу диапазона преобразования зададим соотношением:

$$\Delta\Theta_{\delta} = T_{\delta on} - T_{\delta окр} - \Delta\Theta_{из}, \quad (25)$$

где $\Delta\Theta_{из}$ – перепад температуры в изоляции провода (при ее наличии). Расчет для изолированных проводов SАХ разных сечений дает $\Delta\Theta_{из}=6,7...10,2$ °С. В качестве типичного значения можно использовать $\Delta\Theta_{из}=8$ °С. Примем для изолированного провода: $T_{\delta on} = 363$ К, $\Delta\Theta_{\delta} = 80$ К. Тогда согласно формуле (25) $T_{\delta окр} = 275$ К. У неизолированных проводов величина $\Delta\Theta_{\delta}$ должна быть несколько меньше. Тем не менее, в дальнейшем для лучшей сравнимости результатов используется только $\Delta\Theta_{\delta} = 80$ °С. Это эквивалентно некоторому расширению диапазона аппроксимации для неизолированных проводов, что вполне допустимо при сравнительных расчетах.

Результаты сравнительных расчетов потока теплового излучения для неизолированных и изолированных проводов представлены в таблицах 1 и 2 соответственно. Для минимального и максимального диаметров проводов погрешности определения величин теплового потока по приближенному уравнению $Q_{аннр1}$, $Q_{аннр2}$ относительно расчета по исходному уравнению $Q'_{л1}$, $Q'_{л2}$ обозначены $\delta_{аннр1}$ и $\delta_{аннр2}$ соответственно.

Таблица 1

Результаты сравнительных расчетов потока теплового излучения провода для варианта расчета с неизолированными проводами

$\Delta\Theta$, °С	10	20	30	40	50	60	70	80
$Q'_{л1}$, $10^8 \cdot K^4$ для $d_{np}=4,5$ мм	43,38	100,8	165,9	236,9	313,0	393,6	478,3	567,0
$Q'_{л2}$, $10^8 \cdot K^4$ для $d_{np}=30,6$ мм	30,21	69,50	113,9	162,5	214,6	270,0	328,4	389,9
$Q_{аннр1}$, $10^8 \cdot K^4$ для $d_{np}=4,5$ мм	44,65	103,0	166,9	236,4	311,5	392,2	478,4	570,2
$Q_{аннр2}$, $10^8 \cdot K^4$ для $d_{np}=30,6$ мм	30,99	70,80	114,5	162,1	213,7	269,1	328,5	391,7
$\delta_{аннр1}$, %	-2,86	-2,11	-0,59	0,23	0,49	0,37	-0,012	-0,56

$\delta_{анп2}, \%$	-2,52	-1,83	-0,45	0,20	0,42	0,31	-0,014	-0,47
---------------------	-------	-------	-------	------	------	------	--------	-------

Таблица 2

Результаты сравнительных расчетов потока теплового излучения провода для варианта расчета с изолированными проводами

$\Delta\theta, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	50	60	70	80
$Q'_{л1}, 10^8 \cdot \text{K}^4$ для $d_{нр} = 11,5$ мм	25,9	59,23	96,88	138,0	182,3	229,4	279,2	331,8
$Q'_{л2}, 10^8 \cdot \text{K}^4$ для $d_{нр} = 22,8$ мм	23,2	52,83	86,27	122,8	162,2	204,1	248,6	295,6
$Q_{анп1}, 10^8 \cdot \text{K}^4$ для $d_{нр} = 11,5$ мм	26,5	60,23	97,32	137,8	181,6	228,7	279,3	333,2
$Q_{анп2}, 10^8 \cdot \text{K}^4$ для $d_{нр} = 22,8$ мм	23,7	53,66	86,62	122,6	161,6	203,6	248,7	296,7
$\delta_{анп1}, \%$	-2,34	-1,67	-0,45	0,19	0,38	0,28	-0,015	-0,42
$\delta_{анп2}, \%$	-2,19	-1,54	-0,40	0,18	0,35	0,25	-0,015	-0,38

Из приведенных выше таблиц следует, что погрешности аппроксимации теплового потока излучения предложенным методом не превышают трех процентов. Проведенные исследования также показали, что уравнение (19) имеет при скорости ветра 0,2 м/с высокую точность по сравнению с зарубежным методом CIGRE: относительная погрешность потерь активной мощности не превышает 1 %, а абсолютные погрешности температуры – 3 градусов.

Таким образом, разработанный метод аппроксимации дает высокую точность на всем диапазоне температур и может быть использован при расчете потерь энергии и выборе мероприятий по их снижению.

Список литературы

1. Макаров Е. Ф. Справочник по электрическим сетям 0,4-35 кВ и 110-1150 кВ. Т. 2. – М.: Папирус Про, 2003. – 640 с.
2. Математическая модель расчета потерь мощности в изолированных проводах с учетом температуры / С. С. Гиршин [и др.] // Омский научный вестник. – 2009. – № 3. – С. 176–179.
3. Основы кабельной техники / Под ред. И. Б. Пешкова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 432 с.
3. Оценка дополнительных потерь мощности от снижения качества электрической энергии в элементах систем электроснабжения / С. Ю. Долингер [и др.] // Омский научный вестник. – 2013. – № 2. – С. 178–183.

5. Поспелов Г. Е. Влияние температуры проводов на потери электроэнергии в активных сопротивлениях проводов воздушных линий электропередачи / Г. Е. Поспелов, В. В. Ершевич // *Электричество*. – 1973. – № 10. – С. 81-83.
6. Совершенствование методов расчета потерь электроэнергии в линиях электропередачи на основе математических моделей, учитывающих температуру проводов / С. С. Гиршин [и др.]; Омский гос. техн. ун-т. – Омск, 2009. – 19 с. – Деп. в ВИНТИ 30.09.09, № 609-B2009.
7. Схематические решения активной фильтрации кривой тока в четырехпроводной трехфазной сети для обеспечения качества электрической энергии / В. Н. Горюнов [и др.] // *Омский научный вестник*. – 2011. – № 103. – С. 214–217.
8. Термодинамика и теплопередача / А. В. Болгарский [и др.]. – М.: Высш. школа, 1975. – 495 с.
9. Упрощение уравнений теплового баланса воздушных линий электропередачи в задачах расчета потерь энергии / С. С. Гиршин [и др.] // *Омский научный вестник*. – 2013. – № 1. – С. 148-151.
10. Уточнение метода расчета температуры провода при постоянной нагрузке с учетом климатических факторов / С. С. Гиршин [и др.]; Омский гос. техн. ун-т. – Омск, 2010. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ 08.04.2010, N198-B2010.
11. Numerical study of the thermal behaviour of bare overhead conductors in electrical power lines/ F. Alvarez Gomez [et al] // *World Scientific and Engineering Academy and Society: 10th WSEAS International Conference (Playa Meloneras, Gran Canaria, Canary Islands Spain, March 24-26, 2011)*. – WSEAS Press, 2011. – P. 143-153.

Рецензенты:

Харламов В. В., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Омский государственный университет путей сообщения», г. Омск;

Сидоров О. А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Омский государственный университет путей сообщения», г. Омск.