

УДК: 614.843.8: 519.248

## **ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПРОЦЕССА ГАЗОНАСЫЩЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ ДИСПЕРСНОЙ СИСТЕМЫ**

**Иванова С.А., Павский В.А.**

*ГОУ ВПО Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, Кемерово, Россия, e-mail: [vm2@kemtipp.ru](mailto:vm2@kemtipp.ru)*

---

**Исследован процесс образования и разрушения газожидкостной дисперсной системы на молочной основе. Предложен стохастический подход, позволяющий проанализировать состояние процесса в любой момент времени. В качестве показателей эффективности вычислены математическое ожидание и дисперсия числа пузырьков. Предложена методика расчета статистических параметров.**

---

Ключевые слова: аэрированные молочные продукты, пена, устойчивость, стохастическая модель, математическое ожидание, дисперсия.

## **THE TIME INFLUENCE OF THE AERATING PROCESS ON RESISTANCE OF THE GAS-LIQUID SYSTEM**

Ivanova S.A., Pavsky V.A.

*Kemerovo Institute of Food Science and Technology, Kemerovo, Russia, e-mail: [vm2@kemtipp.ru](mailto:vm2@kemtipp.ru)*

**The process of the formation and destructions of the milk gas-liquid system has been explored. The stochastic approach analyzing the process condition at any moment is offered. For this mathematical expectation and dispersion of the bubbles number are calculated. The method for calculation statistical parameter has been offered.**

Key words: aerated milk products, foam, stability, stochastic model, mathematical expectation, dispersion.

**Технические науки (05.00.00)**

**Введение.** Аэрированные пищевые продукты, в том числе и на молочной основе, пользуются достаточно стабильным спросом у потребителей. Для образования пен в обрабатываемом растворе необходимо наличие пенообразователя, наилучшим из них являются белки [4, 6, 8]. Свойства белковой пены зависят от различных показателей (физико-химических свойств вспениваемого раствора, способа пенообразования и т.п.). Увеличение концентрации белков в обрабатываемом растворе приводит к улучшению пенообразующих свойств молочной основы [1, 5, 9, 10]. Наиболее часто в пищевой промышленности для получения пенной структуры используют взбивание. Однако в процессе пеногенерирования одновременно происходит и пенообразование, и разрушение полученного газожидкостного слоя [3, 4, 6, 8]. Поэтому качество получаемой газожидкостной дисперсной системы (ГДС) зависит также и от конструктивных особенностей пеногенератора, и от продолжительности газонасыщения.

**Целью исследования** является изучение стохастическими методами процесса пенообразования молочного сырья и определения времени достаточного для получения газожидкостной дисперсной системы заданного качества.

**Материал и методы исследования.** Из пеногенераторов, используемых в пищевой промышленности, наиболее эффективны роторно-пульсационные устройства (РПУ), которые интенсифицируют процесс пенообразования за счет совместного гидромеханического, акустического, вибрационного воздействия на обрабатываемый раствор, а также позволяют вспенивать растворы повышенной вязкости. Газонасыщение проводили роторно-пульсационной обработкой молочно-белкового концентрата (МБК) при скорости вращения ротора 2500 об/мин; коэффициенте заполнения рабочей камеры – 0,3; величине зазора между ротором и статором – 0,1 мм; температуре обрабатываемого раствора -  $24 \pm 2$  °С. В качестве обрабатываемой основы рассматривали молочно-белковый концентрат (МБК) с содержанием

белка 16 % масс. Выбор этих значений технологических параметров процесса обусловлен их эффективностью [1].

Для изучения влияния продолжительности процесса газонасыщения МБК использовали стохастическую модель [2], описывающую эффективность работы пеногенератора. В качестве показателей эффективности функционирования системы приняты математическое ожидание (среднее значение)  $M_i(\tau)$  случайной величины, характеризующей число единиц (пузырьков) пены, составляющей готовый продукт в момент времени  $\tau$  при условии, что в начальный момент времени  $\tau_0$  их число было равно  $i$ , и среднее квадратичное отклонение  $\sigma_i(\tau)$  этого числа, где  $\sigma_i^2(\tau)$  - дисперсия,  $\sigma_i(0) = 0$ ,  $\tau, \tau_0 \in [0, \infty)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$ .

Рассмотрим работу пеногенератора с производительностью  $\alpha$  пузырьков в единицу времени. Число единиц пенного продукта в каждый момент времени будем считать случайным. Разрушение пузырьков, под действием какой-либо из причин назовем, обслуживаем требований с интенсивностью  $\beta = 1/\tau_{cp}$ , где  $\tau_{cp}$  - среднее время «жизни» пузырька до его «гибели». Это позволяет нам рассматривать процесс пеногенерирования как систему массового обслуживания (СМО), в которую поступают требования (пузырьки) на обслуживание (разрушение). После окончания обслуживания требование покидает систему.

**Математическая модель.** Пусть имеем СМО, на которую поступают требования на обслуживание. Число требований, поступивших в систему, является случайной величиной, распределенной по закону Пуассона

$$V_k(\tau) = \frac{(\alpha \cdot \tau)^k}{k!} \cdot e^{-\alpha \cdot \tau}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

с параметром  $\alpha$  – интенсивностью поступления, определяемого как среднее число генерируемых пузырьков в единицу времени.

Требование, поступившее в систему, сразу начинает обслуживаться. Время обслуживания – случайная величина  $\eta$ , распределенная по экспоненциальному закону

$$P(\eta < \tau) = 1 - e^{-\beta \cdot \tau}$$

где  $\beta$  – интенсивность обслуживания,  $\beta = 1/\tau_{cp}$ . Обслуженное требование покидает систему СМО.

В такой формулировке математическая модель, используя методику, предложенную в работе [7], может быть записана системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{d}{d\tau} M_i(\tau) + \beta \cdot M_i(\tau) = \alpha, \\ \frac{d}{d\tau} [\sigma_i^2(\tau) + M_i^2(\tau) - M_i(\tau)] + 2\beta [\sigma_i^2(\tau) + M_i^2(\tau) - M_i(\tau)] = 2\alpha \cdot M_i(\tau), \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями

$$M_i(0) = i, \quad \sigma_i^2(0) = 0.$$

Ее решение имеет вид:

$$\begin{cases} M_i(\tau) = \frac{\alpha}{\beta} + \left(i - \frac{\alpha}{\beta}\right) \cdot e^{-\beta \cdot \tau}, \\ \sigma_i^2(\tau) = (1 - e^{-\beta \cdot \tau}) \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + i \cdot e^{-\beta \cdot \tau}\right), \quad i = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

Для применения формул (2) необходимо знать значения параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , которые могут быть определены по статистическим данным. При этом, параметр  $\alpha$  характеризует скорость образования пузырьков ГДС (пенообразование), параметр  $\beta$  – скорость разрушения пузырьков (пеноразрушения).

Устойчивость готовой пены одна из основных характеристик ее качества и пригодности к использованию. Продолжительность жизни пены зависит от концентрации ПАВ, температуры, рН, вязкости и т.п., способа и режима получения, их взаимного влияния и др. Однако процессы ее разрушения, начинающиеся, практически, одновременно с пенообразованием, ухудшают ее качество. Достижение равновесного состояния между процессами генерирования и разрушения является условием стабильности полученной ГДС. С другой стороны разрушение пены происходит в результате истечения жидкости (синерезис), диффузии газа между пузырьками, разрыва пленок [3, 4, 6, 8, 10], что при определенных условиях, и в отдельности и в совокупности, может привести к практически мгновенному разрушению. Упомянутая нестабильность уже происходит в процессе взбивания, особенно сращение пузырьков. В процессе хранения пищевой пены доминирует ее старение [4, 3].

Из литературных источников [8, 9] известно и экспериментально подтверждено, что в течение некоторого времени после образования пены истечения жидкости не происходит. При этом, если в процессе генерирования создается пена равномерно распределенная по размерам, в идеале монодисперсная, то также удастся замедлить процесс диффузии. Более того, этот период характеризуется укрупнением пузырьков, которые, вследствие существующей определенной упругости пленок пузырьков, за счет продолжающегося механического воздействия пенообразующего устройства (РПУ), удастся разбить на мелкие, что также добавляет некоторую устойчивость полученной структуре. Обеспечение такого вида устойчивости пены удастся сохранять только в течение нескольких минут после образования. Можно считать, что в первые минуты пенообразования разрушение пены происходит только за счет механического воздействия, далее, процесс дополняется влиянием и других факторов разрушения. Желательно остановить процесс образования пены до момента достижения максимальной скорости разрушения, а не после.

Постоянная высота столба пены устанавливается к тому моменту, когда скорость разрушения пены равна скорости пенообразования, что может служить мерой устойчивости пены [10].

Из отмеченного, следует, что динамику разрушения ГДС условно можно разделить на три части: начальная стадия (незначительное разрушение, когда факторы разрушения оказывают минимальное воздействие на пену, происходит постепенный прирост скорости разрушения), активная стадия (отличается значительным приростом скорости разрушения вплоть до максимальной, наибольшее влияние каждого фактора разрушения, в том числе и в совокупности) и затухающая (уменьшение скорости разрушения). Поскольку устойчивость пены зависит от скорости ее разрушения, то ее характеристикой, в нашей модели, следует считать параметр  $\beta = \beta(\tau)$ , то есть не постоянный и зависящий от времени. В работе [9] приведены значения функции  $\beta(\tau)$ ,  $\tau \in [0, \infty)$ , полученные при описании процесса роторно-пульсационной обработки МБК в зависимости от скорости вращения ротора. Анализ этой функции для различных скоростей вращения ротора позволяет считать, что она достигает наибольшего значения в точках близких к  $\tau = 6$  мин, относительно которых сохраняется определенная симметрия.

Значения функции  $\beta(\tau)$ , соответствующей скорости 2500 об/мин, приведены на рис. 1. Использование формулы (2) для случая, когда параметр  $\beta$  постоянен на всем промежутке исследования процесса пенообразования, приводит к слишком грубым приближениям. Из рис. 1 следует, что функция  $\beta(\tau)$  может быть приближена функцией  $y(\tau) = B + A \cdot e^{-(\tau-a)^2/b}$  для  $\tau > 0$  и  $y(\tau) = 0$  для  $\tau \leq 0$ , где  $A, B, a, b$  – параметры. В самом

деле, «колоколообразный» вид этой функции дает возможность учесть *отмеченные три стадии разрушения пены*, если использовать аппарат дифференциального исчисления. Это позволяет рассмотреть процесс разрушения ГДС, в этом смысле, с единых позиций. Более того, поскольку функция  $y(\tau)$  напоминает плотность нормального распределения, которая табулирована, то вычисление значений параметра  $\beta(\tau)$  не составит особого труда. Параметры этой функции находятся из статистических данных, определяющих значения  $\beta(\tau)$ , а сама функция из таблиц. Приведем функцию  $y(\tau)$  к удобному для инженерных расчетов виду и обозначим

$$\beta(\tau) = B + \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(\tau-a)^2/2\sigma^2}, \tau > 0, \quad (3)$$

где  $A, B, a, \sigma$  – параметры

После идентификации процесса разрушения ГДС функцией  $\beta(\tau)$ , т.е. определения всех параметров функции (3), ее можно подставить в систему дифференциальных уравнений (1) и найти  $M_i(\tau)$  и  $\sigma_i(\tau)$ ,  $i=0,1,2,\dots$ . Можно использовать и другой подход. В каждый фиксированный момент времени  $\tau = \tau_j$ ,  $j=1,2,\dots,k$ , принадлежащего одному из  $k$  интервалов, определять значение функции  $\beta(\tau) = \beta_j - const$  и подставлять их в формулу (2). В силу простоты вычислений отдадим предпочтение последнему подходу.

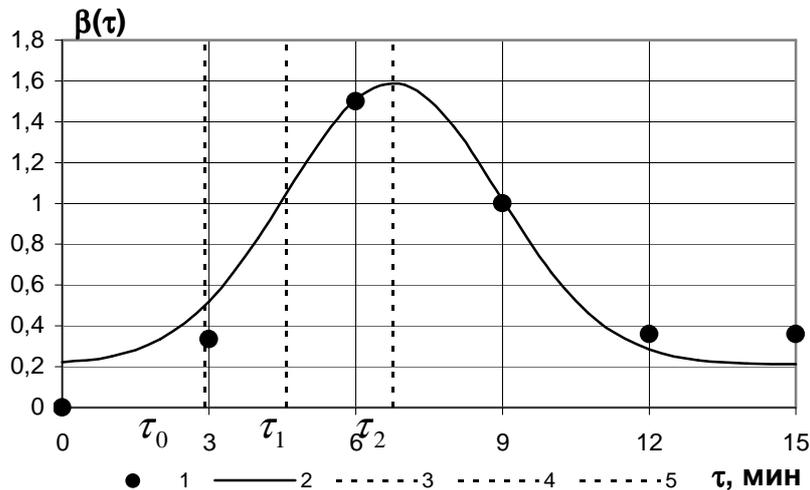


Рис. 1. Изменение функции  $\beta(\tau)$  от времени  $\tau$ : 1 – значения, определенные по экспериментальным данным; 2 -  $A = 7,50$ ,  $B = 0,21$ ,  $a = 6,75$ ,  $\sigma = 2,17$ ; 3, 4, 5 -  $\tau_0 = 2,991$ ,  $\tau_1 = 4,580$ ,  $\tau_2 = 6,750$

Проведем исследование функции  $\beta(\tau)$  (рис. 1) с целью получения более полной информации о динамике скорости разрушения ГДС в процессе пеногенерирования и после такового, на основе полученных данных, сформулируем ограничения по времени воздействия на обрабатываемую массу. Значения этого параметра получены по экспериментальным данным. Наибольшее значение функции  $\beta(\tau)$  равно 1,5 и соответствует  $\tau = 6$  мин. Более 6 мин процесс генерирования проводить не стоит, поскольку, судя по всему, именно в окрестности этого момента времени и происходит наибольшее суммарное воздействие всех факторов разрушения. Более того необходимо процесс, как уже отмечалось, остановить раньше, и не дожидаться достижения наибольшей скорости разрушения.

Воспользуемся методами дифференциального исчисления для исследования динамики скорости разрушения ГДС (нахождения моментов перехода от одной стадии к другой) по полученной функции  $\beta(\tau)$  вида (3).

Вычислим первую производную:

$$\beta'(\tau) = -\frac{A \cdot (\tau - a)}{\sigma^3 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(\tau-a)^2/2\sigma^2},$$

которая характеризует скорость изменения (роста или убывания) значений функции. Полагая  $\beta'(\tau) = 0$ , находим, что наибольшего значения функция  $\beta(\tau)$  достигает в точке  $\tau = 6,75$ , до этого момента функция возрастает, после него убывает, т.е. скорость разрушения пены растет на интервале от 0 до 6,75 и достигает наибольшего значения в момент времени  $\tau = 6,75$  мин (дождаться которого не стоит). Для дальнейшего рассмотрения возьмем временной интервал  $[0, 7]$ .

Вычисляя вторую производную функции  $y(\tau)$ , получаем

$$\beta''(\tau) = \frac{A}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(\tau-a)^2/2\sigma^2} \cdot \frac{(\tau-a)^2 - \sigma^2}{\sigma^4},$$

и, приравнявая ее к нулю  $\beta''(\tau) = 0$ , находим, что на интервале  $[0, 7]$  первая производная  $\beta'(\tau)$  достигает наибольшего значения в точке  $\tau = a - \sigma = 4,58$ , а функция  $\beta(\tau)$  в ней имеет точку перегиба, т.е. на интервале от 0 до 4,58 происходит ускорение разрушения пены и к моменту времени  $\tau = 4,58$  мин ( $\approx 275$  с.) характеризуется наиболее скорым разрушением пены, после которого наступает замедление.

Таким образом, наличие точки перегиба на интервале  $[0, 7]$  у функции  $y(\tau)$  есть результат кратковременного равновесия между конкурирующими процессами пенообразования и разрушения, поэтому рекомендуется ограничить процесс пенообразования 4,58 мин (точка равновесия), более того, разумно остановить пеногенерирование ранее, не дожидаясь момента, когда разрушение пены будет превалировать над ее образованием.

Выясним, какой момент времени определяет начало ускорения разрушения, если считать, что максимум достигается через 4,58 мин. Для этого вычисляем третью производную функции  $\beta(\tau)$ :

$$\beta'''(\tau) = -\frac{A}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-(\tau-a)^2/2\sigma^2} \cdot \frac{(\tau-a)}{\sigma^6} \cdot ((\tau-a)^2 - 3\sigma^2).$$

Нули функции  $\beta'''(\tau)$  определяют значения параметра  $\tau$ , для которых характерно состояния монотонности ускорения. Здесь имеем три особые точки  $\tau_1 = a - \sqrt{3} \cdot \sigma \approx 2,991$ ,  $\tau_2 = 6,750$ ,  $\tau_3 = a + \sqrt{3} \cdot \sigma \approx 10,509$ . Поскольку  $\tau_3 \notin [0, 7]$ , то этот экстремум функции  $\beta''(\tau)$  нас не интересует. Функция  $\beta''(\tau)$  убывает на промежутке от  $\tau_1$  до  $\tau_2$ , далее начинает возрастать. В моменты времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  ускорение процесса разрушения не изменяет, не растет и не убывает, т.е. наступает некоторый «момент стабильности».

На рис. 2. приведены зависимости производных функции  $\beta(\tau)$  от  $\tau$ ,  $\tau \in [0, 7]$ .

**Результаты исследования и их обсуждение.** Объединяя полученные результаты для функции  $\beta(\tau)$  (рис. 1), процесс пеногенерирования целесообразно закончить в промежутке от  $2,991 \approx 3$  мин (максимум функции  $\beta''(\tau)$  - момент времени начала нарастания скорости разрушения) до  $4,580 \approx 4,6$  мин (максимум функции  $\beta'(\tau)$  - момент времени наиболее скорого разрушения). Экспериментальные данные не противоречат этому результату и указывают на то, что процесс пеногенерирования целесообразно ограничить 3 минутами.

Проанализируем процесс пенообразования в течение 3-х минут с учетом предложенной методики расчета полученных результатов для функции  $\beta(\tau)$ , в соответствии с которой усредненное значение для  $\tau \in [0, 3]$  можно считать равной приблизительно 0,333 1/мин. В результате моделирования [2], при этом фиксированном значении интенсивности разрушения пузырьков, получен обобщенный интервал значений интенсивности генерирования пузырьков  $\alpha: 13265 \dots 77736$  1/мин, соответственно.

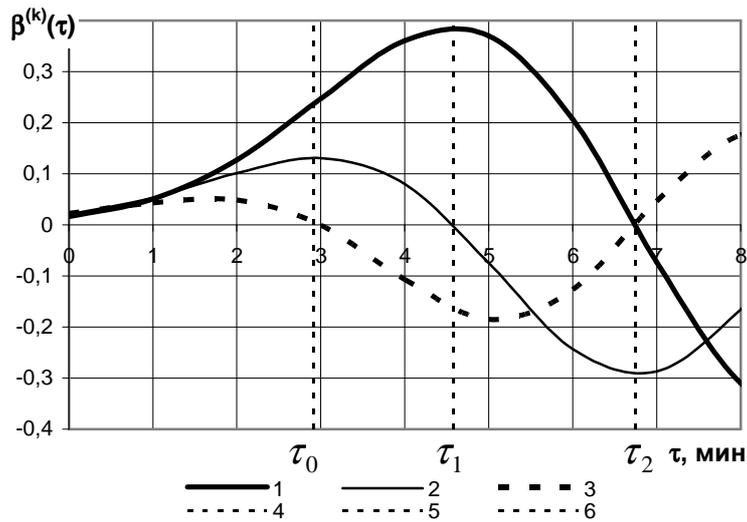


Рис. 2. Производные функции  $\beta(\tau)$ : 1 -  $\beta'(\tau)$ ; 2 -  $\beta''(\tau)$ ; 3 -  $\beta'''(\tau)$ ; 3, 4, 5, 6 -  $\tau_0 = 2,991$ ,  $\tau_1 = 4,580$ ,  $\tau_2 = 6,750$

Если варьировать значение параметра  $\alpha$  в пределах от 13265...77736 при фиксированных значениях параметра  $\beta = 0,333$  1/мин, для любого  $\tau \in [0, 3]$  при  $i = 0$ , из формул (2) получим диапазон  $(M_i(\tau) - \sigma_i(\tau); M_i(\tau) + \sigma_i(\tau))$  числа пузырьков в единичном объеме пены. Результаты приведены на рис. 3. Возможные граничные значения среднего числа пузырьков в единичном объеме близкие к предельным, в данном случае, равны:

$$\underline{M} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} M(\tau) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{13265}{0,333} \approx 39835; \quad \overline{M} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} M(\tau) = \frac{77736}{0,333}$$

$$M = \lim_{\tau \rightarrow \infty} M(\tau) = \frac{49500}{0,333} \approx 148649,$$

где  $\underline{M}$  – предельное наименьшее (ограничение снизу),  $\overline{M}$  – предельное наибольшее (ограничение сверху),  $M$  – предельное среднее значения числа пузырьков.

Придавая параметру  $\alpha$  значения из указанного диапазона, определяем диапазон значений функции  $M_0(\tau)$  (рис. 3), в который, с вероятностью не меньшей 0,95, будут попадать экспериментальные значения числа пузырей единичного объема ГДС, полученной при пенообразовании роторно-пульсационной обработкой обезжиренного молока (с первоначальным содержанием массовой доли сухих веществ 9,2 %). Используем зависимость (2), полученную для параметра  $\beta(\tau)$ . Построим кривую изменения числа пузырей в единичном объеме пены, полученной при скорости вращения ротора 2500 об/мин (рис. 3.). Ошибка расчета в этом случае не превышает 18%.

Более того, если рассматривать только 3 минуты процесса, то в этот диапазон попадут значения  $M_0(\tau)$ , соответствующие скорости вращения ротора от 1000 до 3000 об/мин, при этом, сравнивая значения каждой отдельной выборки с предельными кривыми, ошибка может достигать 67 %, а вероятность попадания значений в указанный диапазон приближается к 1. Это условие позволяет провести моделирование процесса пенообразования (для одного исходного сырья) при продолжительности обработки до трех минут. Для уменьшения погрешности расчета в каждом конкретном случае достаточно параметр  $i$  считать не постоянным, а зависящим от предыдущего этапа пенообразования, т.е.  $i(\tau_{j+1}) = M(\tau_j)$ ,  $\tau_j = 0, 1, 2, 3$  мин,  $j = 0, 1, 2$ .

При хранении пены отдельные ее пузырьки лопаются и в результате этого пена полностью разрушается. Также при этом происходит изменение их размеров. Одновременно со старением пены происходит уменьшение общего ее объема.

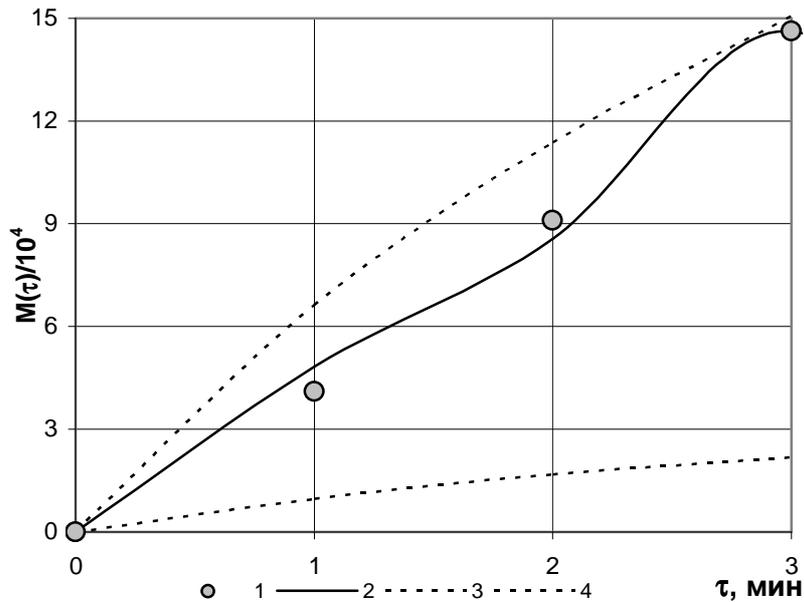


Рис. 3. Зависимость от времени  $\tau$  числа пузырей при роторно-пульсационной обработке обезжиренного молока: 1 – экспериментальные данные, 2 –  $M_0(\tau)$ ,  $\alpha = 49500$  1/мин,  $\beta = \beta(\tau)$ , 3, 4 – граничные  $M_0(\tau)$ ,  $\alpha = 11500$ ,  $77800$  1/мин,  $\beta = 0,333$  1/мин

Если в процессе старения пены новые пузырьки не добавляются, то достаточно быстро происходит полное разрушение пены. На рис. 4 приведена динамика разрушения пены после трех минут генерирования в РПУ при 2500 об/мин в зависимости от значений параметра  $\beta$ .

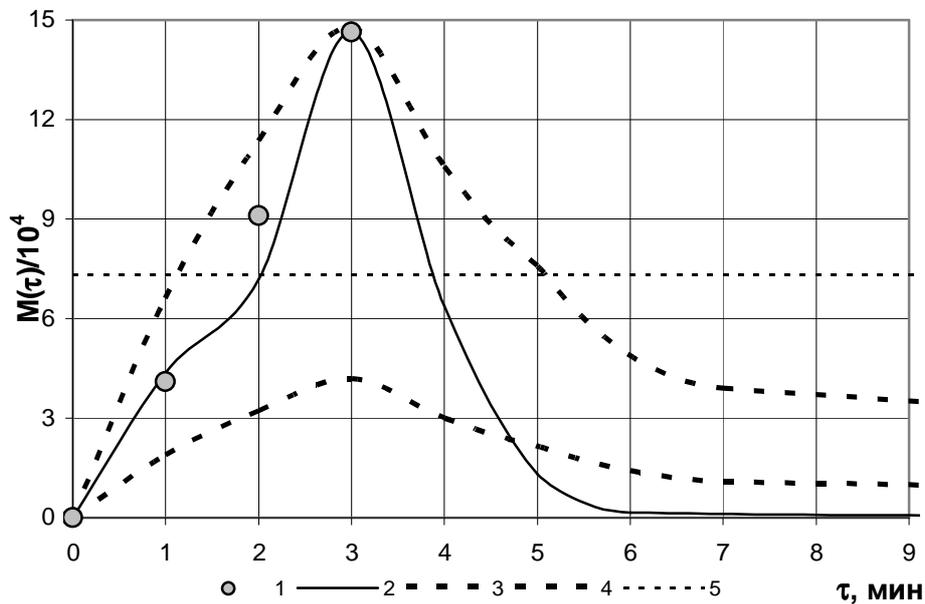


Рис. 4. Зависимость от времени  $\tau$  числа пузырей при роторно-пульсационной обработке обезжиренного молока, 2500 об/мин: 1 – экспериментальные данные; 2 –  $M_i(\tau)$ ,  $0 \leq \tau \leq 3$   $\alpha = 49500$  1/мин,  $i = 0$ ,  $\tau > 3$   $\alpha = 0$  1/мин,  $i = 146324$ ,  $\beta = \beta(\tau)$ ; 3, 4 - граничные  $M_i(\tau)$ ,  $0 \leq \tau \leq 3$   $\alpha = 11500$ ,  $77800$  1/мин,  $i = 0$ ,  $\tau > 3$   $\alpha = 0$  1/мин,  $i = 41833$ ,  $147599$ ,  $\beta = 0,333$  1/мин; 5 -  $M/2 = 73162$

Число пузырей в единичном объеме пены через три минуты процесса аэрирования составила приблизительно 146324, поэтому в формуле (2)  $i(3) = 146324$  и далее убывает в

соответствие со значением  $M_i(\tau)$ . Если в качестве меры устойчивости ГДС рассматривать время  $\tau_{M/2}$  разрушения половины объема или половины всех пузырей  $M/2 = 146324/2 = 73162$ , то  $\tau_{M/2} \approx 0,98$  мин ( $\approx 58$  с), если полное разрушение, то  $\tau_M \approx 59$  мин ( $\approx 3542$  с).

Для граничных кривых  $M_i(\tau)$  (рис. 4) ( $\beta = 0,333$  1/мин), время полного разрушения пены от 35 до 39 мин. Несмотря на динамику изменения числа пузырей пены, представленной на рис.4, с увеличением времени  $\tau$  граничные кривые  $M_i(\tau)$  достаточно быстро сходятся к нулю, в отличие от  $M_i(\tau)$  с  $\beta = \beta(\tau)$ .

**Заключение.** Исследован процесс образования газожидкостной дисперсной системы. Предложенная стохастическая модель позволила рассмотреть весь процесс «жизни» пены с единых позиций. В качестве показателей эффективности использованы математическое ожидание и дисперсия случайной величины, характеризующей число пузырьков пены, в любой момент времени течения процесса. Предложен метод нахождения параметров, описывающих процесс. Показано, что продолжительность пенообразования молочного сырья в РПУ при заданных технологических параметрах процесса целесообразно ограничить (тремя мин) до наступления момента наибольшей скорости разрушения пены (6 мин).

Работа поддержана РФФИ, грант № 09-07-00185-а.

#### Список литературы

1. Иванова С.А. Пеногенерирование молочного сырья / С.А. Иванова // Молочная промышленность. – 2010. - №1. – С. 59 – 60.
2. Иванова С.А. Стохастические модели технологических процессов переработки дисперсных систем обезжиренного молока / С.А. Иванова. – Кемерово: КемГИПП, 2010. – 124 с.
3. Канн К.Б. Капиллярная гидродинамика пен / К.Б. Канн. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-е, 1989. – 167 с.
4. Кругляков П.М. Пена и пенные пленки /П.М. Кругляков, Д.Р. Ексерова. – М.: Химия, 1990. – 432 с.
5. Просеков А.Ю. Теория и практика формирования молочных пенообразных систем: Монография / А.Ю. Просеков, Т.Л. Остроумова. - М.: Изд-во РАСХН, 2005. - 216 с.
6. Тихомиров В.К. Пены. Теория и практика их получения и разрушения / В.К. Тихомиров. – М.: Химия, 1983. – 264 с.
7. Юстратов В.П. Математическое моделирование электродиализного обессоливания на основе стохастической модели / В.П. Юстратов, В.А. Павский, Т.А. Краснова, С.А. Иванова // Теоретические основы химической технологии. – 2005. – Т.39. – №3. – С. 278 - 281.
8. Dickinson E. Food Emulsions and Foams / E. Dickinson. – London: the Royal Society of Chemistry, 1987. – 290 p.
9. Foegeding E. A. Factors determining the physical properties of protein foams / E.A. Foegeding, P. J. Luck, J. P. Davis // Food Hydrocolloids. – 2006. V.20. – P. 284–292.
10. Walstra P. Physical Chemistry of Foods. – New York: Marcel Dekker, 2003. –355 p.

#### Рецензенты:

Афанасьев К.Е., д.ф.-м.н., профессор, проректор по научной работе и информатизации, зав. кафедрой UNESCO по новым информационным технологиям, ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет», г. Кемерово.

Данилов Н.Н., д.ф.-м.н., профессор, декан математического факультета, зав. кафедрой математической кибернетики, ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет», г. Кемерово.

**Работа получена 08.08.2011.**